中央加振法の木材への適用可能性

2019年

結城 雅晶

吟目次や

第1章序論
1.1.本研究の背景・目的
1.2.既往の研究
1.2.1.木材の振動的性質の研究
(a)木材の振動的性質の研究の変遷4
(b)振動的性質の測定方法に関する研究
1.2.2.制振材料および中央加振法の研究
1.3.振動的性質とその測定方法
1.3.1.木材の振動的性質について
1.3.2.振動的性質の測定方法
(a)両端自由たわみ振動法17
(b)片持ちはり法19
(c)中央加振法
1.4.本論文の構成
1.5.文献
第2音振動的性質の測定なとび理論
府2平派到时任員の例だねよ05年間 50
第2年派到印圧員の領定ねよい理論 2.1.緒言
第2年派勤市庁主員の復足るよび理論 2.1.緒言···································
第2単派動市加生員の復見とれるよび理論 2.1.緒言・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・
第2年版動市加生員の復見とれるよび理論 2.1.緒言・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・
第2年版動用加生員の復見とれるよび理論 2.1.緒言
 第2単派動市力主員の取力とおよび実備 2.1.緒言・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・
第2年派頭市力主員の復見とれるよび主備 36 2.1.緒言 36 2.2.理論 36 2.2.1.はりのたわみ振動 36 2.2.2.境界条件 40 (a)両端自由はり 40 (b)片持ちはり 41 (c)両端固定はり 43
第2年派頭市力主員の復見とおよび主席 36 2.1.緒言 36 2.2.理論 36 2.2.1.はりのたわみ振動 36 2.2.2.境界条件 40 (a)両端自由はり 40 (b)片持ちはり 41 (c)両端固定はり 43 (d)中央で固定・加振されるはり 44
第2年前後勤用力主員の後期たまるよび主誦 36 2.1.緒言 36 2.2.理論 36 2.2.1.はりのたわみ振動 36 2.2.2.境界条件 40 (a)両端自由はり 40 (b)片持ちはり 41 (c)両端固定はり 43 (d)中央で固定・加振されるはり 44 2.2.3.動的ヤング率 47
第2年被動力子主員の投入におよび支通 36 2.1.緒言 36 2.2.理論 36 2.2.1.はりのたわみ振動 36 2.2.2.境界条件 40 (a)両端自由はり 40 (b)片持ちはり 41 (c)両端固定はり 43 (d)中央で固定・加振されるはり 44 2.2.3.動的ヤング率 47 2.2.4.はりのたわみ振動におよぼす回転慣性およびせん断変形の影響 48
第2単級動力主員の復見とおよび支通 36 2.1.緒言・ 36 2.2.理論・ 36 2.2.理論・ 36 2.2.2.境界条件・ 40 (a)両端自由はり・ 40 (b)片持ちはり 41 (c)両端固定はり・ 43 (d)中央で固定・加振されるはり 44 2.2.3.動的ヤング率・ 47 2.2.4.はりのたわみ振動におよぼす回転慣性およびせん断変形の影響・ 48 (a)TGH 法・ 49
第2年初後勤用力主員の2004年33よび2年66年433よび2415までは 36 2.1.緒言 36 2.2.理論 36 2.2.1.はりのたわみ振動 36 2.2.2.境界条件 40 (a)両端自由はり 40 (b)片持ちはり 41 (c)両端固定はり 43 (d)中央で固定・加振されるはり 44 2.2.3.動的ヤング率 47 2.2.4.はりのたわみ振動におよぼす回転慣性およびせん断変形の影響 48 (a)TGH 法 49 2.2.5.損失正接 51
第2年初後勤ЛЛ王員の預用には、の役人になるよび少生開開 36 2.1.緒言 36 2.2.理論 36 2.2.1.はりのたわみ振動 36 2.2.2.境界条件 40 (a)両端自由はり 40 (b)片持ちはり 41 (c)両端固定はり 43 (d)中央で固定・加振されるはり 44 2.2.3.動的ヤング率 47 2.2.4.はりのたわみ振動におよぼす回転慣性およびせん断変形の影響 48 (a)TGH 法 49 2.2.5.損失正接 51 (a)減衰率法 51
2 単 取動力生員の内内定ならよび生間 30 2.1.緒言 36 2.2.理論 36 2.2.連論 36 2.2.注募条件 40 (a)両端自由はり 40 (b)片持ちはり 41 (c)両端固定はり 43 (d)中央で固定・加振されるはり 44 2.2.3.動的ヤング率 47 2.2.4.はりのたわみ振動におよぼす回転慣性およびせん断変形の影響 48 (a)TGH 法 49 2.2.5.損失正接 51 (a)減衰率法 51 (b)半価幅法 55

第3章試作した中央加振法装置の検討
3.1.緒言
3.2.実験方法
3.2.1.試験片および供試樹種65
3.2.2.装置の試作
3.2.3.試験片に必要な <i>l/h</i> の測定
3.3.結果と考察
3.3.1.有限要素による理論モード解析との比較および振動モード73
3.3.2 試験片に必要な <i>l/h</i> 比
3.4.結論
3.5.文献
第4章たわみ振動試験の測定方法の検討
4.1.緒言
4.2.実験方法
4.2.1.試験片
4.2.2.計算方法
4.2.3.振動試験
(a)両端自由たわみ振動法89
(b)片持ちはり法
(c)中央加振法
i)試作した装置による中央加振法90
ii)JIS 準拠の装置による中央加振法
4.3.結果と考察
4.3.1.両端自由たわみ振動法の測定結果と試験片の選別
4.3.2.JIS 準拠の測定装置による中央加振法94
4.3.3.比動的ヤング率と損失正接
4.3.4.動的ヤング率99
4.3.5.損失正接101
4.4.結論
4.5.文献

中央加振法の木材への適用可能性

第5章木材のモード依存性の検討106
5.1.緒言
5.2.実験方法
5.2.1.供試樹種および試験片106
5.2.2.測定方法
(a)両端固定はり法
(b)片持ちはり法108
(c)両端自由たわみ振動法
(d)中央加振法
5.3.結果と考察
5.3.1.動的ヤング率110
5.3.2.損失正接
5.3.3.モード依存性の樹種間での検討114
5.4.結論
5.5.文献
第6章総括
第 6 章総括 ······ 118 概要·····
第 6 章総括 ······118 概要·····121 謝辞·····122
第6章総括 ······118 概要 ·····121 謝辞 ·····122 Summery ·····123
第6章総括 ······118 概要 ·····121 謝辞 ·····122 Summery ·····123 本論文で用いられた記号・用語 ·····124
第6章総括・・・・・・118 概要・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・
 第6章総括・・・・・・118 概要・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・
 第6章総括・・・・・・118 概要・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・
第6章総括 118 概要 121 謝辞 122 Summery 123 本論文で用いられた記号・用語 124 付録 1. 信号処理 126 付録-1.1. R-126 付録-1.1. N数減衰率の計算 126
第6章総括・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・
第6章総括・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・
第6章総括・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・
第6章総括 118 概要 121 謝辞 122 Summery 123 本論文で用いられた記号・用語 124 付録 126 付録-1.1.R 126 付録-1.1.R 126 付録-1.1.R 126 付録-1.1.2. 損失正接の計算 126 付録-1.2.1. 離散フーリエ変換 127 付録-1.2.2. バンドパスフィルターを減衰波形の解析 130
第6章総括・ 118 概要 121 謝辞 122 Summery 123 本論文で用いられた記号・用語 124 付録 126 付録-1. 信号処理 126 126 付録-1.1. N数減衰率の計算 126 126 付録-1.1. 126 付録-1.1.1. 126 付録-1.1.2. 損失正接の計算 126 129 付録-1.2.1. 129 付録-1.2.1. 129 付録-1.2.1. 130 付録-1.2.3. 対数減衰率の計算

第1章 序論

1.1. 本研究の背景・目的

木材は古くから楽器材料として用いられ,その振動的性質については多くの研究^{1,2,3)}がなされてきた。これらの研究は楽器用木材の特性^{4,5)}や遮音・防音性能^{6,7)}など居住環境に関する研究⁸⁾,ヤング率の簡易な測定⁹⁻¹¹⁾や,節などの欠点の発見^{12,13)}などの目的をもっている。

本研究で着目する楽器用木材に関する研究では、ピアノやバイオリンなどの 響板に用いる木材の振動的(音響的)性質を測定することにより、木材がなぜ 楽器材料として優れた材料とされて用いられるのかなど、響板用材料としての 良否の判断などが古くから行なわれてきた。これらの研究は主に楽器音に対す る人間の聴感覚や官能的な評価^{14,15)}というより、むしろ材料としての木材が 振動下にどのような性質を示すかといった動力学に基づいた内容である。この 性質は動力学的性質、振動的性質、音響的性質といった用語が用いられてきた が、本研究では振動的性質に統一して用いる。

木材の振動的性質の指標には動的ヤング率(E')や損失正接(tand)などといった材料の弾性率や熱損失を表す物理量が用いられることが多い。それぞれ楽器音の時間軸的特性や周波数的特性を評価できるとされている。これらの振動的性質に基づいて木材を他の材料と比べると、相対的に木材は音の立ち上がりが速く、その音の減衰は自然で、E'とせん断弾性係数(G)との比の値からハイカットフィルターを通したような耳あたりの良い音が得られる材料である。今日用いられる木製楽器の多くは複雑な構造物であるため、一部材の振動的性質が全体的な楽器音を代表するわけではないが、響板など特定の部材に限定した優劣の評価などに用いられる。

これらの指標を基に、木材の振動的性質に及ぼす様々な因子や測定法、木材の振動的性質とその組織構造と関係や、将来的な良質な楽器用材の枯渇に備え

た低質な木材の化学的・物理的改質などの研究が行なわれている。

木材の振動的性質の測定に用いられている方法には,縦振動では打撃音法(タ ッピング法)があり,横(たわみ)振動では片持ち梁法や両端自由たわみ振動 法等がある。弾性波の伝搬速度による方法では応力波伝搬法や超音波伝搬法 が ある。また,動的せん断弾性係数(G')の測定では Timoshenko のたわみ理論に 基づく Goens-Hearmon の回帰法(以下,「TGH法」)や,ねじり振動のねじり振 り子法などがある。この中で,楽器用材に関する研究¹⁶⁾では,木材をひも等で 吊るしてたわみ振動を行なう両端自由たわみ振動法が主に用いられている。こ の方法は,共振時に振動しない振動モードの節の位置で試験片を保持し,打撃 による自由振動や,電磁石等による非接触な強制振動で測定する方法である。 両端自由たわみ振動法以外では試験片の一端をクランプなどで固定する方法で ある片持ちはり法も用いられるが,両端自由たわみ振動法と比べると適用例は 少ない。

一方、木材以外では、制振材料の測定に用いられる中央加振法がある。この 方法は試験片中央を、治具を介して加振器と接合し、試験片の中央を支持した 状態で加振・測定を行なう方法である。この支持方法で試験片中央部は、周波 数によってモードの節と、共振時に最も振幅が大きいモードの腹の両方に該当 する。

中央加振法は、木質材料では床板などに用いられる合板の防音性能の測定に 用いられた報告¹⁷はあるが、無垢の木材での測定例は見当たらない。中央加振 法で主に測定される材料である制振複合はりは、鋼板やアルミニウムなどの金 属基材にゴムや高分子材料などを貼り付けた複合材料であり、木材と比較して 均一かつ異方性のない材料が多い。このような材料と比較して木材は、構造が 不均一かつ異方性があり、特に放射方向では比重やヤング率など物性が変化す る。木材では中央加振法の適用例が少ないため中央加振法による測定において、

木材の性質が測定結果に与える影響は明らかではない。

また,はりのたわみ振動試験では,両端自由たわみ振動法は両端自由はりの 振動モードで,片持ちはり法では片持ちはりの振動モードでそれぞれ振動する。 一方,中央加振法では片持ちはりと両端自由はりの二つの振動モードが交互に 現れる。この両端自由はりと片持ちはりの二つの異なる振動モードでは得られ る振動的性質の測定値にどのような影響があるか明らかではない。従来の片持 ちはり法では,振動モードの影響以上に,試験片の固定に用いるクランプなど による固定部が測定値に与える影響が知られている。そのため,片持ちはり法 の適用例は少ない。一方,中央加振法は試験片を接着するため,片持ちはり法 と比べて固定部の影響が少ない状態で片持ちはりの振動モードで振動できると 考えられる。そのため中央加振法を用いれば固定部の影響を排して純粋に振動 モードの違いが木材の振動的性質に与える影響を検討できると考えられる。

これらの背景を基に、本研究は第一段階として、木材の振動的性質の測定へ の中央加振法の適用とその知見を得ることを目的とした。ただし、中央加振法 の測定装置は一般的に複雑であるため、簡略化を目的とした測定装置を試作し、 この装置の妥当性を検討した。その後、中央加振法と他の測定方法を比較する ことにより振動モードが振動的性質の測定値に及ぼす影響を検討した。

1.2. 既往の研究

1.2.1. 木材の振動的性質の研究

(a) 木材の振動的性質の研究の変遷

木材の振動的性質の研究は 1.2.1 および 1.2.2 節に述べた指標や測定方法を用いて行なわれてきた。古くは F.Krüger and E.Rohloff による複数樹種¹⁸⁾の,
E.Rohloff によるバイオリン用材の tanδ の測定が 1938 年に行なわれている¹⁹⁾。
1957 年にはバイオリン用材の厚みや周波数ごとの応答や減衰率が報告されている²⁰⁾。1960 年には Kollman and Krech がヤング率, せん断弾性係数, 対数減衰率と含水率および温度との関係を回転慣性とせん断力との関係から考察している²¹⁾。

一方,わが国では、1947年に秋山²⁾による両端自由たわみ振動法による木材 の振動的性質の測定が報告された。これは、両端自由たわみ振動法を用いて木 材のヤング率、減衰率を測定しており、絹糸で支持した試験片に鉄片を貼り付 け励振・受振用コイルを用いて非接触で測定を行なっている。測定装置は波形 解析の機器が現在のFFTアナライザーではなくオシログラフであることをのぞ けば現在とほぼ変わらない測定装置である。同じく 1950年には深田が同様の 方法で多数の樹種のヤング率、対数減衰率を報告している²²⁾。また、深田は 1952年には製造者が良否を区別したピアノ響板、木琴、バイオリンに用いられ る材を測定し、良材では密度・振動損失が小さく、ヤング率が高いことを示し た²³⁾。楽器用材におけるこのような傾向は、ピアノ²⁴⁻²⁶⁾やバイオリン^{27,28)}、 ギター²⁹⁻³¹⁾などの響板について報告され、楽器製造に関わる熟練者が選別し た材料がどのような物性を持つのかが明らかにされてきた。また、楽器用材と して木琴³²⁻³⁴⁾、ハープ³⁵⁾、管楽器のリード^{36,37)}などの振動的性質が楽器の 構造との観点から研究されている。

木材のヤング率および損失正接が,異方性³⁸⁾や樹幹内での変動^{39,40)},組織

構造 41.42)の影響を受けているかについては楽器や振動的性質といった観点以 外に動的粘弾性の分野からも行なわれてきた。1979年に鈴木は多数の樹種の損 失正接を測定し、3軸方向の損失正接の組織構造との関係を報告した 43)。木材 の繊維傾斜および異方性と振動的性質との関係に関しては、松本の総合的な研 究 44)で繊維傾斜角(年輪接触角)との関係が触れられているが、1983年に小 野が繊維傾斜角の影響、すなわち試験片のスパン方向が繊維方向から放射方向 になるにつれて振動的性質がどのような影響を受けるかを検討している 45)。

木材の繊維方向のヤング率と損失正接との間に負の相関関係が認められることは古くから知られていたが、1983年に Ono and Norimoto が 25 種の針葉樹材について測定を行ない、強い負の相関関係が認められることを明らかにしている。その後、この相関関係についてのり則元らがセルロースとそれを取り巻くマトリックスが MFA によって拘束度が異なることを明らかにした⁴⁶⁾。このような、組織構造と振動的性質との関係に関する研究は多く行なわれ、主に年輪幅との関係を調べた研究⁴⁷⁾や、早材・晩材の MFA との関係を調べた研究⁴⁸⁾などがある。

放射方向の振動的性質は矢野・椋代がピアノ響板用シトカスプルース材と他の樹種を測定し比較した報告⁴⁹⁾の中で *E'/γ* は樹種間で有意差が認められないが, tanδ は樹種間で有意差が認められ,放射方向の tanδ は樹種間で固有であるとしている。この報告で矢野・椋代が引用している則元・大釜の有限要素法を用いた報告⁵⁰⁾では,同一樹種ではヤング率および tanδ とも MFA の影響を受けず細胞の配列などの巨視構造や細胞壁内の微細構造に影響を受けるとしている。

将来予想される優良な楽器用材料の枯渇に備え、様々な方法で木材の振動的 性質を改質する研究が行なわれている。化学処理に関する研究⁵¹⁻⁵³⁾ではアセ チル化⁵⁴⁾、ホルムアルデヒド処理⁵⁵⁾などがある。数種の化学処理を比較した 報告⁵⁶⁾や、バイオリンの弓に使われるペルナンブコ(Guilandina

echinata Spreng.)から抽出されるヘマトキシリンによる改質 ⁵⁷⁻⁵⁹⁾など抽出物 に関する研究 ⁶⁰⁻⁶³⁾が行なわれている。また、物理的処理では WPC 化 ⁶⁴⁾、圧 密化 ^{65,66)}、熱処理 ⁶⁷⁻⁶⁹⁾などや、塗装による影響 ⁷⁰⁻⁷²⁾の研究が行なわれて いる。

振動試験の特徴のひとつである非破壊性を利用し、木質材料の振動的性質の 測定の研究も行なわれている。本研究に関係るするたわみ動試験に限定して述 べる。たわみ振動試験では試験片の曲げヤング率を測定できるため、横架材に 用いられるような異等級複合材の LVL や集成材の曲げヤング率を測定するこ とに適している。近年では、木口面打撃による曲げ振動の励起などの研究が報 告⁷³されている。この他に楽器への使用を考慮した合板構成による tanδ の予 測⁷⁴や、合板⁷⁵や MDF⁷⁶などの木質材料でのたわみ振動試験に関する研究 などが行なわれている。

(b) 振動的性質の測定方法に関する研究

1962 年には松本⁴⁴⁾による振動的性質に関する総合的な研究が行なわれ,静 的試験と動的試験の比較,試験片形状,比重,あて材,含水率,温度など測定 値に影響を及ぼす諸因子,ねじり試験などを検討している。

また、振動的性質の測定方法に関しては、片岡・小野による測定装置による 誤差に関する研究⁷⁷⁾などにより両端自由たわみ振動法での吊り糸や貼付鉄片 質量,試験片形状の影響が調べられた。特に試験片形状に関しては,試験片の *l/h*によって得られる測定値が異なることが古くから知られており,Higuchi et. al.による各種境界条件での*l/h*の影響に関する研究⁷⁸⁾や,上記の松本による研 究でも*l/h*や幅(*b*)/*h*がヤング率に与える影響を考察している。*l/h*が小さいと き,つまり,はりが太短くになるにつれてせん断力や回転慣性の影響が増すこ とにより共振周波数が低下する。これらの影響を考慮した式⁷⁹⁾を考案したの は Timoshenko (1921)である。Timoshenkoの式から Goens は Euler-Bernoulli 式

に補正係数を掛けた式を考案⁸⁰した。その後,Hearmon が Timoshenko の式を 用いて木材試験片で研究⁸¹⁾を行なっている。せん断力と回転慣性の影響およ び周波数依存性の関係を,ヤング率のみならず損失正接においても小野・片岡 が実験・理論的に検討している。小野・片岡の報告で,試験片の*l/h*を変化させ ながら測定を行ない,せん断および回転慣性の影響を測定し,それらを取り除 く補正式を検討した。小野・片岡の報告においてヤング率は Goens の式を用い, 損失正接は曲げモーメントによるエネルギー吸収とせん断変形によるエネルギ ー吸収分が含まれる割合をたわみ変位に曲げとせん弾力が寄与する割合に等し いと仮定して補正式を考案した。これらの式で補正を行ないながらヤング率お よび損失正接の周波数依存性を検討し,補正前の見かけの測定値の周波数依存 性や,補正後の結果からの力学的分散などを明らかにした。Goens の補正式と Hermon の回帰法を用いて複数次のヤング率を用いてせん断力と回転慣性の影 響を除いたヤング率とせん断弾性係数の算出が行なわれており^{82,83},その精 度や試験片に必要な *l/h* などが明らかになっている。

たわみ振動試験で測定するヤング率に関しては、様々な測定条件で測定値に 及ぼす影響の研究^{84,85)}が行なわれている。木材は非磁性体のため、電磁石を 用いて非接触で加振を行なう場合,試験片に鉄片を貼り付ける。このとき,付 加した鉄片の質量により試験片の境界条件が変化し、共振周波数に影響を与え る⁸⁶⁾。また,試験片をクランプなどで固定する場合,圧締圧力が十分ではない と完全な固定条件として成り立たず共振周波数が低下する。また,試験片の厚 みによって固定部近くでのせん断や回転慣性の影響が増すことが報告⁸⁷⁾され ている。また,両端自由たわみ振動法で,試験片を支持する釣り糸の弾性によ る影響なども報告されている。

1.2.2. 制振材料および中央加振法の研究

中央加振法は制振材料,主に制振鋼板 ⁸⁸⁾の測定を行なうために開発されて きた方法である。制振鋼板は,3層からなり2枚の鋼板で粘弾性物質を挟み, ずり変形により制振性能を発揮する拘束形と,鋼板と粘弾性物質の2層からな り粘弾性物質の曲げ変形により制振性能を発揮する非拘束形の2種類に分けら れる ⁸⁹⁾。拘束形は中間層に粘弾性材料があるため,基材が曲げ変形する際に粘 弾性材料はせん断変形して振動吸収が生じる。このとき粘弾性材料の厚さはせ ん断変形量に関係がないとされ,実際に製造される制振鋼板の粘弾性材料の厚 さは 40~50 µm 前後である ⁹⁰⁾。一方,非拘束形は基材の曲げ振動に伴い粘弾 性材料も伸縮してひずみエネルギーを蓄積して振動吸収が生じる。粘弾性材料 の変形量は厚さに比例するため,十分な厚みがないと振動吸収が少なくなる。 実用的には基材と同じ厚さが必要とされている。これらの制振材料は主に片持 ちはり法で測定が行なわれていたが,木材の場合と同様に固定部の状態が問題 となってくる。そのため、中央加振法が用いられる例が増えている。

中央加振法は古くは機械インピーダンス法 ⁹¹⁾とも呼ばれており,木質材料 では 1988年に,合板に制振材料を貼り付けた複合木質床板の振動的性質の測 定に用いられている¹⁷⁾。中央加振法の測定方法に関する研究は,共振,反共振 のモードの解明 ^{92,93)}や,支持条件の影響 ⁹⁴⁾,減衰率が高い場合に隣接するモ ードが半価幅に与える影響 ⁹⁵⁾などが行なわれている。これらをうけて拘束形 の制振鋼板では 1993年に,非拘束形では 2008年にそれぞれ JIS 規格が制定さ れている ⁹⁶⁾。対応する国際規格はないが SAE 規格で紹介がされ ⁹⁷⁾,海外でも 研究が行なわれている ⁹⁸⁾。

規格化に前後して、中央加振法を含めた制振材料の測定方法の検討が複数の 研究機関で同一の試験片を用いて 1993 年 ⁹⁹⁾と 1998 年 ¹⁰⁰⁾に行なわれた。1993

年に行なわれた試験では非拘束形が用いられ 42 の研究機関で測定が行なわれ たが中央加振法の共振,両端自由たわみ振動法と中央加振法の反共振,片持ち はり法とで得られた tanδ に差が認められた。この差は低次のモードで発生し, 振動モードが高次になるにつれて差は少なくなっていった。続く 1998 年には 拘束形の試験片が用いられ,32 の研究機関で測定が行なわれたがこの結果では 測定方法ごとの tanδ に差はみられなかった。これを受けて中央加振法の共振, 反共振で測定される tanδ について研究 ¹⁰¹⁾が行なわれている。材料によっては 片持ちはり,両端自由はりでは測定される tanδ に差が生じるとされ,この差は 材料のもつ「モード依存性」の強さによるものとされた ⁹⁰⁾。 tanδ に差が生じ なかった材料,すなわちモード依存性の弱い材料はずり変形により制振性能を 発揮する拘束型であり, tanδ に差が生じたモード依存性の強い材料は曲げ変形 により制振性能を発揮する非拘束型である。このような研究により中央加振法 は様々な材料で減衰率の測定に用いられている ^{102,103}。

1.3. 振動的性質とその測定方法

1.3.1. 木材の振動的性質について

楽器用材の研究における,振動的性質の指標には,動的ヤング率(E')や比 動的ヤング率(E'/γ),振損失正接(tanδ),動的せん断弾性係数(G')などが用 いられている。また,これらの指標を用いて音響変換効率(ρ, E', tanδで求め る)や E'/G'などでも評価される。Table 1-1 に数樹種の木材と代表的な工業用 材料の物性値を示す。

樹種・材料	ho (g/cm ³)	E' (GPa)	E'/γ (GPa)	$\tan\delta(\times 10^{-2})$	G (Gpa)	E/G
シトカスプルース (Picea sitchensis)	0.39	16	41.0	06~0.8	0.72	22.2
ブナ (Fagus crenata)	0.65	16~18	$24.6 \sim 27.7$	1.1	1.06	15.1 \sim 17.0
ミズナラ (Quercus mongolica)	0.68	9~13	13.2~ 19.1	$0.7 \sim 0.8$	$0.8 \sim 1.0$	$9 \\ \sim 13$
ハルニレ (Ulmus davidiana)	0.63	9	14.3	1.1	0.6	15
バルサ (Ochroma lagopus)	0.2	4	20	0.65	0.2	20
錮	7.85	207	26.4	0.01	84	2.46
アルミニウム	2.70	72	26.7		27	2.67
アクリル樹脂	1.18	3.43	2.9			

Table 1-1. 木材および各種工業材料の振動的性質

E'および $tan\delta$ は繊維方向の値。動的ヤング率もしくは静的曲げヤング率の文献値が見当たらない材料はヤング率を記載,木材のGは G_{LT} を記載

引用文献: 104- 107

動的ヤング率(E')は過渡的あるいは連続的に与えられる外力によりたわみ 振動するはりの共振周波数(f_n)から求められる値で,静的な曲げヤング率(E) は曲げ試験による荷重-たわみ線図の比例限度内の傾きから求められる。動的 (曲げ) ヤング率は静的な曲げヤング率と比べて 5~10%程度高い値を示す。木 材は粘弾性体であるため,静的試験では,比例限度内でもある程度塑性歪みを 含んでいる。これに対して振動試験などの動的試験では負荷から除荷までが瞬 間的で塑性歪みの影響をほとんど無視できるため E'は高い値を示す。また,こ の差は樹種によって異なる。木材の E'は,繊維方向では密度,年輪幅,晩材率, ミクロフィブリル傾角(以下,「MFA」),結晶化度などとの相関関係が知られて いる。また,放射方向では,放射組織,早材,晩材の配列,晩材率⁵⁰⁾との関係 が指摘されている。

E'を比重で除した値が比動的ヤング率(E'/y)であり, E'/y の平方根は材料 中を伝播する縦波の音速を示し時間軸的特性を表す, すなわち E'/y が高いと音 の立ち上がりが速いことを表す。木材の繊維方向の E'/y は金属材料と比べると 高い値を示す。

損失正接(tan δ) は材料に外力から与えられたエネルギーの一部が熱運動の エネルギーに変化する熱損失の度合いを示す減衰の指標である。減衰に関わる 指標は、内部摩擦($Q^{-1} = \tan\delta$) や損失係数(η)、対数減衰率($\Delta = \tan\delta \times \pi$)、 減衰比($\zeta = 2 \times \tan\delta$)、Q値($Q = 1/\tan\delta$)など多岐にわたっている。本研究では 損失正接(tan δ)を統一して用いる。材料に振動的な外力が加わるとその内部構 造によって外力に対して位相差をもって振動する。tan δ の値が小さいほど熱損 失が小さく振動が長く持続することを示す。また、tan δ は楽器音の明るさと負 の相関があるとも指摘されおり、減衰による時間軸的性質と周波数的特性の指 標になる。木材のtan δ は金属材料と比べて約10倍の値である。このため、 E'/γ の値も含めて考えると、木材は金属材料と比べて加振に対する応答が速いが、 音の減衰も速いといった性質を示す。

木材の繊維方向の tanδ はおおよそ 0.5~1.2 (×10⁻²) 程度 ⁴⁸⁾, 放射方向では 1.2~2.5 (×10⁻²) 程度 ^{108, 109)}である。繊維方向の tanδ は金属材料と比較して

おおよそ 10 倍程度,制振材料と比べると 1/100 程度の値である。繊維方向の tanδ は MFA,晩材率,結晶化度などとの相関関係が報告されている。また,木 材の繊維方向の tanδ は材料内部の構造に起因する。木材の繊維方向での内部摩 擦の発生機構は,細胞壁二次壁中層におけるミクロフィブリルとマトリックス の変形の位相差によるといわれている。放射方向の tanδ は放射組織が顕著な樹 種ではその関係が指摘され,密度との関係については文献によって異なる。

E'や tanδ 以外に, 音色との関係が指摘されており周波数的特性を表すのが動 的せん断弾性係数(G') である。曲げ振動では,曲げ応力以外にせん断力や回 転慣性の影響が含まれる。この影響は,振動するはりの長さ(l) と高さ(h)の 比(l/h) が十分に大きいと無視できるほど小さいといえるが,はりの l/h が小 さいときはせん断力と回転慣性の影響により共振周波数が低下する。共振次数 (n) が高いときには Fig.1-1 のようにモードの節間距離(l_n) が低下し,はり の l/h が小さい状態になる。そのため,共振次数が高くなるにつれ,はりの実効 的な l/h が低下していき,各共振次数で得られる E_n'は低下していく(Fig.1-2)。 この,低下の度合いは,曲げヤング率とせん断弾性係数との比 E/G により表さ れ,木材の E/G は金属材料と比べると 5~10 倍近く高い値である(Table.1-1)。 このため,木材は高音域になるにつれて共振周波数は低下していく特性をもつ。 木材の音色の特徴である耳障りの悪い高音がなく温かみのある音は, E/G の値 の高さに由来する。



Fig.1-1. 片持ちはりにおける各共振次数の振動モード

FEM による変形図(1~7 次モード), グラーデーション は空間変位を表す



Fig.1-2. 各共振次数で獲られた動的ヤング率

片持ちはり法により測定

1.3.2. 振動的性質の測定方法

木材の音響,振動に関わる測定方法は多岐にわたる。これらは材料の物性値 を測定するものの他に,例えば残響室法による吸音率の測定^{110,111)}や,音響透 過損失の測定など遮音・防音性能に関わるもの^{112,113)}なども含まれている。ま た,立木の含水率や欠点の発見を行なう方法や,振動疲労試験などもある。し かし,本研究でははり状の試験片をたわみ振動させる測定方法について検討す るため,振動試験によって材料の物性を測定するような方法ついて述べる。

一般的に,振動試験のような小さな応力で測定を行なえば材料の物性を非破壊的に測定できる。このため,楽器響板用木材の良否の判断¹⁶⁾,実大材や立木の材質推定^{114,115)},材料内部の欠点の発見¹¹⁶⁾など多様な用途に用いられている。木材の振動的性質の試験方法では,材料中を伝播する応力波や超音波を利用するものと、材料の固有振動数を利用するものとに分けられる。

材料中を伝播する弾性波を用いる方法のうち弾性波伝播速度法は,試験片や 立木の任意の2点にセンサーを設置し,センサー間を通過する弾性波の伝播速 度を測定する。測定した伝播速度と密度からセンサー間の平均的な縦ヤング率 が求められる。弾性波には,木口面を打撃して励起する応力波(応力波伝播法) と,振動子を用いて発信する超音波(超音波伝播法)などが用いられる。 材料の固有振動数を用いる方法では,はり状の試験片では縦振動,たわみ(横) 振動,ねじり振動が用いられている。たわみ振動では板状試験片を用いるもの も考案されている。

縦振動法は,材料の木口面を打撃して縦振動を励起させるものであり,縦振動の共振周波数を用いて材料の縦ヤング率を求める。縦振動では断面のヤング率の平均的な値が得られる。この方法は,測定が簡易なため実大材や丸太などで用いられて¹¹⁷⁾いる。

ねじり振動法は、材料のねじり振動の共振周波数から G'を測定する方法であ

る。片持ちはりで固定した試験片の自由端側に質量を付加して振動させるねじ り振り子法や、後述するたわみ振動と同じような試験片支持で試験片がねじり 振動しやすいように試験片隅角部を加振する方法がある。また、G'に加えてせ ん断変形による tanδ を求める場合 ¹⁰⁷⁾もある。

縦振動に比べて,楽器用木材などの研究ではたわみ振動による測定が多い。 この測定方法は,試験片の共振周波数とその付近の挙動から振動的性質を測定 する。たわみ振動による測定が多いのは,対象とする楽器響板などがたわみ振 動すること,また,縦振動の共振周波数は横振動と比べて高いことなどによる。 E'や tan るを求める際には,加振方法によって自由振動と強制振動に分けられる。 自由振動は瞬間的な外力によって励起される自由減衰振動から,強制振動は周 期的な外力に対する応答による共振曲線から E'や tan δ を求める。

たわみ振動試験では試験片の支持あるいは固定の条件(境界条件)によって, 共振時の振動の形態である振動モードが異なる(Fig.1-3)。木材におけるたわみ 振動試験では,試験片をひも等で吊るす両端自由たわみ振動法が主に用いられ るが,材料の一端を固定する片持ちはり法もしばしば用いられる。



Fig.1-3. 各測定方法における振動モード

番号は共振次数を、'は反共振を表す

(a) 両端自由たわみ振動法

両端自由たわみ振動法(Fig.1-4)は、振動しない位置(モードの節)で試験 片を保持して行なう測定方法である。試験片は打撃や、電磁石を用いた非接触 加振などで加振され、測定もマイクによる音圧の測定や渦電流式変位計、レー ザー変位計など非接触での振幅測定が行なえる。また、木材以外では木材より 更に減衰率が小さい金属材料などの測定に用いられており、「2点吊り法」など の名称で知られており、JIS¹¹⁸⁾および DIN 規格¹¹⁹⁾などに記されている。

この方法は、モードの節の位置で試験片を支持するため試験片支持による影響が無く、最も理想的な状態である。そのため打撃による自由減衰振動からは、 高い精度で E'や tan が測定できる。しかし木材では、異方性、密度の不均一性、 年輪接触角など試験片の木取りに関する影響により理想的な自由減衰波形に曲 げ振動以外が含まれ、tan が測定できない場合がある。一方強制振動では、 ある純粋な周波数のみで加振されている状態であるためこのような影響はない。 しかし、非接触での加振には主に電磁石が用いられ非磁性体試験片の場合では 鉄片などを貼り付ける必要がある。この貼り付けた鉄片の質量によっては測定 値に影響を及ぼす。また、Fig.1-4 のように測定する共振次数に合わせて支持位 置を変更する必要があり、高い共振次数まで測定を行なう場合操作が煩雑であ る。



Fig.1-4. 両端自由たわみ振動法の模式図

l:試験片全長

(b) 片持ちはり法

一方,片持ちはり法(Fig.1-5)は,試験片の一端を固定して試験を行なう方 法であり¹²⁰⁾,測定の容易さからしばしば用いられる。片持ちはり法は,両端 自由たわみ振動法とは異なり共振次数によって試験片の支持条件は変わらない ため高い周波数帯域まで測定する場合も操作は簡易である。試験片の固定はク ランプによってされることが一般的であるが,この固定部が測定値に影響を与 える。固定部の影響はクランプの締めつけ力不足,口金や圧縮面の精度や固定 部内でのせん断の影響が試験片の厚みや長さによって変わることなどがある。 そのため,理想的な状態で試験を行なうことが難しい。また,固定端の影響は 1 次モードで最も顕著に現れるとされ,1 次モードのデータは採用しないほう がよいともされている¹²¹⁾。強制振動で非磁性体を測定する場合には,両端自 由たわみ振動法と同様に磁性体を貼り付ける方法や,固定端を加振する方法が ある。



Fig.1-5. 片持ちはり法の模式図

(c) 中央加振法

木材の振動的性質の測定には主に両端自由たわみ振動法が用いられているが, 金属や高分子材料を用いる制振材料の分野では中央加振法^{120,122)}が用いられ る。この方法は試験片の中央にコンタクトチップと呼ばれる治具を接着し,測 定センサーでもあるインピーダンスヘッドを介して加振器に取り付ける方法 ^{90,123)}である(Fig.1-6)。インピーダンスヘッドには力検出センサーと加速度セ ンサーが内包されており,試験片に入力される加振力(F)と,加振力に対する 試験片の速度(V)を FFT アナライザーに出力する。周波数ごとにこれらの比 を測定し,周波数応答関数(Table 1-2)の一種である機械インピーダンス(F/V) を求める。周波数応答関数とは時間や周波数によって変化する力を入力とし, 振動系による応答を出力とした入出力の比で表される関数である。

中央加振法は,試験片を支持している中央部がモードの節となる反共振状態 と,逆に中央部がモードの腹となる共振状態が交互に現れる (Fig.1-3)。反共振 状態では振動モードは片持ちはりを固定端である中心にして左右対称にしたよ うな双片持ちはりの振動モードである。反共振状態では試験片への加振力は極 大で,試験片の中央での振幅は0に近づくため,反共振は機械インピーダンス のピークとして現れる。一方,共振状態では,試験片にかかる加振力は極小で, 試験片中央はモードの腹となり振幅が増大するため (Fig.1-3),機械インピーダ ンスは極小を示す。そのため,中央加振法で測定した試験片の機械インピーダ ンスは極大,極小を交互に示すような周波数応答曲線を示し,個々の振動モー ドの共振曲線を正確に描けることがでる。測定した周波数応答曲線の共振・反 共振周波数とその付近の周波数幅からや E'や tanδを測定できる。

反共振ではインピーダンスヘッドなどの付加質量が,振動しない位置にある ためこの影響は少ない。共振では付加質量の影響が大きいが,マスキャンセル と呼ばれる手法でこの影響を補正できる。そのため,両端自由たわみ振動法な

どと異なり,非磁性体試験片を強制振動する場合でも付加質量の影響を受ける ことなく測定が可能である。

また反共振の振動モードでは,試験片を接着して固定しているため片持ちは り法等における固定部の影響が少ない。そのため,理想的な片持ちはりの条件 を実現できる。

中央加振法は、制振材料で主に測定が行なわれ、木材への適用例は少ない。 木材では、板状試験片に近い寸法で複合木質床板の制振性能の測定に用いられ た例¹⁷⁾がある。しかし、より単純なはり状試験片かつ無垢の木材への測定例は 見当たらない。また、片持ちはり法の振動モードである反共振と両端自由はり の共振とで、tanδが異なるモード依存性についても、木材において検討した例 も見当たらない。

定義	名称
X/F	コンプライアンス
V/F	モビリティ
A/F	アクセレランス(イナータンス)
F/X	ダイナミックスティフネス(動剛性)
F/V	機械インピーダンス
F/A	アパレントマス (動質量)

Table 1-2. 周波数応答関数の種類

X:変位, V:速度, A:加速度, F:力



Fig.1-6. 中央加振法の模式図

1.4. 本論文の構成

本研究では、木材の振動的性質の測定への中央加振法の応用とその知見、ま た中央加振法と他の測定方法を比較することで、木材の振動的性質と振動モー ドとの関係を明らかにすることを目的とした。また、中央加振法の装置を簡略 化することを目的とし、装置を試作した。試作した装置の妥当性を確認し、木 材の振動的性質の測定に中央加振法が適用可能かを検討した。その際、中央加 振法反共振の利点である理想的な条件で片持ちはりの振動モードを実現できる ことを木材でも確認した。その後、測定方法間で振動的性質の測定値を比較し、 木材の測定値にモード依存性が含まれるかを検討した。

そのため、本論文の構成は、まず第1章においては第1.1節で本研究の背景 と目的について述べ、第1.2節および第1.3節で振動的性質とその測定方法お よび既往の研究を木材および制振材料について整理した。

第2章ではたわみ振動試験の理論と振動的性質の解析方法について整理した。

第3章では中央加振法装置の試作を行い,測定装置の妥当性を検証した。ま ず試作した測定装置に関して簡略化した点について述べた。また,この装置の 妥当性については,周波数応答曲線では有限要素法との比較を行い,振動モー ドの測定を行なった。また,中央加振法で必要な試験片の細長比について検討 して,本研究で用いる試験片の寸法を決定した。

第4章ではたわみ振動試験での測定値の比較を行なった。中央加振法は試作 した測定装置によるものと JIS 準拠の測定装置によるものとで測定値の比較を 行い,片持ちはり法および両端自由たわみ振動法とで測定した値とも比較を行 なった。

第5章では複数の樹種を用いて複数のたわみ振動試験での測定値の比較を行 なった。たわみ振動試験は全て同一の解析機器を用いて行い両端固定はり,片

持ちはり,両端自由はり,中央支持はりの振動モードで得られる測定値の差に ついて検討した。

最後に,**第6章**において本研究を総括した。

1)Krüger, F., & Rohloff, E. : über die innere Reibung von Holz. Zeitschrift Für Physik, **110**(1-2), 58–68 (1938).

 2) 秋山朗:木材の振動並びに音響學的性質に就いて.東京帝國大學理工學研究 所報告,1(3),38-41 (1947).

3) Bucur V.: Acoustics of Wood (Springer Series in Wood Science). Springer

4) 岡野 健 : 木材の音響的性質. 木材学会誌 37(11), p991-998(1991).

5)Ono T.: Transient response of wood for musical instruments and its mechanism in vibrational property. *Journal of the Acoustical Society of Japan* **20**(2),117–124(1999).

6) 中村哲男, 矢野 隆, 村上 聖, 長谷川麻子, 江藤留寿, 高橋優樹, 北原良誠:木質3層構造材の遮音性能(第1報)3層壁の音響透過損失. 木材学会誌
56(2), 84-92(2010).

7) 末吉修三, 宇京斉一郎, 森川 岳, 町田初男, 小黒正次: 促進劣化試験による 木製遮音壁の防音性能の寿命推定.木材学会誌 60(2), 107-112(2014).

8) 信田 聡: Wood/human relations 研究-居住性研究の未来のために.木材学会誌
61 (3), 141-147 (2015)

9) 有馬 孝禮, 早村 俊二, 丸山 則義, 宮沢 俊輔, 古沢 信:木材の打撃音分析 によるヤング係数と水分変動の評価.材料, **39**(444), p.1228-1234 (1990)

10) Yoshitaka K., Satomi S., Hideo K.: Practical techniques for the vibration method with additional mass: effect of crossers' position in longitudinal vibration. *Journal of wood science*,**63**(2), 147-153(2017)

11)日本住宅・木材技術センター"構造用木材の強度試験マニュアル"2011,
p.68-71, アクセス日時 2019 年 1 月 28 日 19:16, URL:
http://www.howtec.or.jp/files/libs/1828/201712121507021978.pdf

12) 楊 暁陽,石丸 優,飯田生穂,浦上弘幸:木材の非破壊評価法への伝達関数に よるモード解析法の適用(第1報)たわみ振動波形による木材の局部欠点の検出. 木材学会誌,47(4),304-310(2001)

13) 楊 暁陽,石丸 優,飯田生穂:木材の非破壊評価法への伝達関数によるモー ド解析法の適用(第3報):たわみ振動波形の曲率比による節の検出と弾性率分 布の評価.木材学会誌 48(1), 16-22,(2002)

14) 阪田昌樹,青木務,矢野浩之:木材の音響的性質に関する研究 I: 木琴の官能 評価実験. 神戸大学教育学部研究集録 76, 123-131(1986)

15) 矢野浩之: 木材と感性: 2.聴感覚と木材. 材料, 46(8), 996-1002 (1997)

16) 野崎欣也,林田甫,山田俊也: ピアノ音質のエンジニアリング:材料と音 とのかかわりについて.日本機械学會誌 91(836),653-659(1988).

17) 長谷伸茂,山田幸博,有馬孝禮,鈴木滋彦,小野一則:制振材料を用いた 複合木質床板の振動的性質と床衝撃音の遮音等級.木材学会誌 34(6), 500-507 (1988)

18) Krüger F, Rohloff E: Über die innere Reibung von Holz. Zeitschrift für Physik,
110(1-2),58-68(1938).

19) Rohloff E: Über die innere Reibung von Geigenholz. Zeitschrift für Physik, **117**(1-2),64–66(1941).

20) H. Meinel: Regarding the Sound Quality of Violins and a Scientific Basis for Violin Construction. *The Journal of the Acoustical Society of America*, **29**, 817 (1957

21) F, Kollmann, H, Krech: Dynamische Messung der elastischen Holzeigenschaften und der Dämpfung Ein Beitrag zur zerstörungsfreien Werkstoffprüfung. Holz als Roh- und Werkstoff, **18**(2),41–54(1960).

22) 深田榮一: 木材の振動的性質(1.). 応用物理 19(4),130-134(1950).

23) 深田榮一: 楽器用木材の振動的性質. 日本音響学会誌 7(2),49-54(1952).

24) 小野晃明: ピアノ響板用材の選別とその動力学的性質との関連. 材料 30(334),719-724(1981).

25) 則元 京: 楽器用材の物性-1-ピアノ響板材の選別について. 木材学会誌 28(7),p407-413(1982).

26) 則元 京,小野晃明,渡辺泰男:ピアノ響板材の選別.日本レオロジー学会
誌 12(3),115-119(1984).

27) 立道有年: バイオリン用木材の内部摩擦. 応用物理 29(7),451-457(1960).

28) 矢野浩之,松岡一郎,椋代純輔:バイオリン用材の音響的性質.木材学会
誌 38(2),122-127(1992).

29) 矢野浩之, 椋代純輔, 大西一広: ギター響板用材の音響的性質. 材料,
39(444),1207-1212(1990).

30) 青木弘行,久保光徳,鈴木 邁,後藤忠俊,岡本 敦:エレクトリックギター用材料の音色に対する物理特性と感覚特性.デザイン学研究 1993 (96),47-54(1993).

31) 矢野浩之,姜 勝哲,古田裕三,梶田 熙 : ギター裏板用ブラジリアンロー ズウッド材の音響的性質.木材学会誌 41(1),17-24(1995).

32) Brancheriau LIC, Baill e res H, D e tienne P, Gril J, Kronland R: Key signal and wood anatomy parameters related to the acoustic quality of wood for xylophone-type percussion instruments. *Journal of wood science* **52**(3),270–273(2006).

33) Brancheriau LIC, Baill e res H, D e tienne P, Kronland R, Metzger B: Classifying xylophone bar materials by perceptual, signal processing and wood anatomy analysis. *Annals of Forest Science* **63**(1),73–81(2006).

34) Rujinirun C, Phinyocheep P, Prachyabrued W, Laemsak N: Chemical treatment of wood for musical instruments. Part I: acoustically important properties of wood for the Ranad (Thai traditional xylophone). *Wood Science and Technology* **39**(1),77– 85(2005).

35) Gunji T, Obataya E, Aoyama K: Vibrational properties of harp soundboard with

respect to its multi-layered structure. Journal of wood science 58(4),322-326(2012).

36) 小幡谷英一: クラリネットリード用葦(Arundo donax L.)材の物性.木材研 究・資料,32, 30-65(1996)

37) 小峰早貴,前田 啓,信田 聡: バスーンリード用葦材 (Arundo donax)の 表皮色と振動特性の関係.木材学会誌 **63**(5), 189-195(2017)

38) Backman A. C., Lindberg K. A. H.: Differences in wood material responses for radial and tangential direction as measured by dynamic mechanical thermal analysis. *Journal of Materials Science*, **36**(15),3777–3783(2001).

39) 久保島吉貴,勝木俊雄,明石浩司,山下香菜,鈴木養樹,外崎真理雄:絶滅危惧種ヤツガタケトウヒの木材特性の半径方向の変動.木材学会誌
56(4),258-264(2010).

40) Zhang T, BAI Shu-Lin, BARDET S, ALMERAS T, THIBAUT B, BEAUCHENE J : Radial variations of vibrational properties of three tropical woods. *Journal of wood science* **57**(5),377–386(2011).

41) Brémaud I, Cabrolier P, Gril J, Clair B, Gérard J, MINATO K, THIBAUT B : Erratum to: Identification of anisotropic vibrational properties of Padauk wood with interlocked grain. *Wood Science and Technology* **44**(4),705–705(2010).

42) Brémaud I, Gril J, THIBAUT B : Anisotropy of wood vibrational properties: dependence on grain angle and review of literature data. *Wood Science and Technology* **45**(4),735–754(2010).

43) 鈴木正治:木材の内部摩擦と構造の関係について.木材学会誌 25(10),p623-629(1979).

44) 松本 勗 : 木材の動的弾性率 特に撓み振動によるヤング率と対数減衰率 とに関する研究. 九州大学農学部演習林報告 36, 1-86(1962).

45) 小野晃明:木材の動力学的性質に及ぼす繊維傾斜角の影響.材料32(352),108-113(1983).

46) 則元 京,田中千秋,大釜敏正:木材の繊維方向における比動的ヤング率と

内部摩擦. 木材研究·資料 22, 53-65(1986).

47) 久保島吉貴,岡野健,太田正光:木材の構造および振動的性質におよぼす年輪幅の影響.木材学会誌 43(8),634-641(1997).

48) R. Hori, M. Müller, U. Watanabe, H. C. Lichtenegger, P. Fratzl, J. Sugiyama: The importance of seasonal differences in the cellulose microfibril angle in softwoods in determining acoustic properties. *Journal of Materials Science* 37(20),4279–4284(2002).

49) 矢野浩之, 椋代純輔 : ピアノ響板用シトカスプル-ス材放射方向の音響特性. 木材学会誌 35(10),p882-885(1989).

50) 大釜敏正, 則元 京 : 木材細胞壁の弾性率. 千葉大学教育学部研究紀要 第 2 部 **33**, 127–145(1984).

51) 矢野浩之, 狩野直美, 椋代純輔 : サリゲニン処理によるシトカスプル-ス 材の音響特性変化. 木材学会誌, 36(11),923-929(1990).

52) 秋津裕志, 則元 京, 師岡淳朗: 化学処理木材の振動的性質. 木材学会誌, 37(7),590-597(1991).

53) Akitsu H., Gril J., Norimoto M.: Uniaxial Modelling of Vibrational Properties of Chemically Modified Wood. *Mokuzaigakkaishi*, **39**(3), 258–264(1993).

54) 矢野浩之,則元 京,山田 正: アセチル化スプルース材の音響特性.木材学 会誌 32(12),990-995(1986).

55) 矢野浩之,山田 正, 湊 和也: ホルムアルデヒド処理スプルース材の音響特性. 木材学会誌, 32(12), 984-989(1986).

56) 斉田陽一, 井口よう子, 伏谷賢美 : 数種の化学的,物理的処理が木材の音響特性に与える影響.森林環境資源科学, **39**, 37-49(2001).

57) Matsunaga M., MINATO K., Nakatsubo F.: Vibrational property changes of spruce wood by impregnation with water-soluble extractives of pernambuco (Guilandina echinata Spreng.). *Journal of wood science* **45**(6),470–474(1999).

58) Matsunaga M., Obataya E.: Working mechanism of adsorbed water on the vibrational properties of wood impregnated with extractives of pernambuco (Guilandina echinata Spreng.). *Journal of wood science* **46**,122–129(2000).

59)Matsunaga M., Sakai K., Kamitakahara H., MINATO K., Nakatsubo F.: Vibrational property changes of spruce wood by impregnation with watersoluble extractives of pernambuco (Guilandina echinata Spreng.) II: structural analysis of extractive components. *Journal of wood science* **46**(3),253–257(2000).

60) 湊 和也, 坂井圭子, 松永正弘, 中坪文明: ある種のマメ科植物の抽出成分 を含浸した木材の振動的性質. 木材学会誌 **43**(12),1035-1037(1997).

61) 井口よう子,伏谷賢美,中馬丞,小澤雅之,久保隆文,佐藤敬一:竹材の振動的性質の含水率依存性に及ぼす水抽出成分の影響.木材学会誌
45(2),77-84(1999).

62) Obataya E, MINATO K, Tomita B, Sci W, It H.: Influence of moisture content on the vibrational properties of hematoxylin-impregnated wood. *Journal of wood* science **47**(4),317–321(2001).

63) Brémaud I, Amusant N, Minato K, Gril J, Thibaut B : Effect of extractives on vibrational properties of African Padauk (*Pterocarpus soyauxii* Taub.). *Wood Science and Technology* **45**(3),461–472(2010).

64) 坂野直義, 岡野 健, 太田 正光: WPC 化処理スプルース材の振動的性質.東京大学農学部演習林報告, 82,191–198(1990).

65) Yoshihara H., Ohtani T., Kubojima Y.: Effect of shear deflection on vibrational properties of compressed wood. *Wood Science and Technology* 38(3),237–244(2004).

66) Kubojima Y., Okano T., Ohta M.: Vibrational properties of Sitka spruce heattreated in nitrogen gas. *Journal of wood science* 44(1),73–77(1998).

67) Kubojima Y., Okano T., Ohta M.: Vibrational properties of heat-treated green wood. *Journal of wood science* 46(1),63-67(2000).

68) 小幡谷英一, 則元 京, 富田文一郎 : 熱処理木材の振動的性質の含水率依

存性. 木材学会誌 46(2),88-94(2000).

69) Kubojima Y, Wada M, Suzuki Y, Tonosaki M.: Real-time measurement of vibrational properties and fine structural properties of wood at high temperature. *Wood Science and Technology* **35**(6),503–515(2001).

70) 小野晃明: 楽器響板用木材の音響特性に及ぼすニス塗装の影響. Journal of the Acoustical Society of Japan 14(6),397-407(1993).

71) Obataya E., Ohno Y., Norimoto M., Tomita B.: Effects of oriental lacquer (urushi) coating on the vibrational properties of wood used for the soundboards of musical instruments. *Acoustical Science and Technology* **22**(1),27–34(2001).

72) 小幡谷 英一,大野 善,富田文一郎:吸放湿過程における漆塗装木材の振動的性質の変化.木材学会誌 47(5),440-446(2001).

73) Yoshitaka Kubojima, Satomi Sonoda, Hideo Kato : Practical techniques for the vibration method with additional mass: bending vibration generated by tapping cross section. *Journal of Wood Science*,**64**(1),16-22(2018)

74) 祖父江信夫: 合板の動的曲げ弾性率・損失正接の予測. 木材学会誌
 29(1),p14-19(1983).

75) Heng Xu, Chiaki Tanaka, Tetsuya Nakao, Masahiro Yoshinobu, Hiroyuki Katayama: Evaluation of rolling shear strength of plywood by flexural vibration method. *Journal of wood science.*, **44**(2), p.147-151(1998)

76) Hiroshi Yoshihara: MEASUREMENT OF THE YOUNG'S MODULUS AND SHEAR MODULUS OF IN-PLANE QUASI-ISOTROPIC MEDIUM-DENSITY FIBERBOARD BY FLEXURAL VIBRATION. *BioResources*, **6**(4), p.4871-4885(2011)

77) 片岡明雄,小野晃明:木材試験片の振動および動力学的性質の測定値と実験 条件の関係-1-測定装置にもとづく誤差.木材学会誌,21(10),p.543-550(1975)

78) Higuchi, S., Saito, H., Hashimoto, C.: A study of the approximate theory of an elastic thick beam. *Canadian Journal of Physics*, **35** (6), 757-765 (1957).

79) S.P. Timoshenko : LXVI. On the correction for shear of the differential equation for transverse vibrations of prismatic bars. *Philosophical Magazine* Series 6, 41, 744-746 (1921)

80) E. Goens : Über die Bestimmung des Elastzitätsmodulus von Stäben mit Hilfe von Biegungsschwingungen. Annalen der Physik, **403**(6),649-678 (1931)

81) R.F.S.Hearmon : The influence of shear and rotatory inertia on the free flexural vibration of wooden beams. *British Journal of Applied Physics*, **9**,381-388 (1958)

82) Sobue N.: Instantaneous Measurement of Elastic Constants by Analysis of the Tap Tone of Wood : Application to flexural vibration of beams. *Mokuzaigakkaishi*, 32(4), 274–279(1986).

83) 吉原浩:木材および木質材料のせん断特性の評価法.材料,55(4),349-355(2006).

84) Kubojima Y., Tonosaki M.: Effect of Specimen Width on Shear Modulus of Wood Obtained by Flexural Vibration Tests. *Wood and Fiber Science* **45**(2),170– 177(2013).

85) 久保 島 吉貴 : 木材のたわみ振動試験に関するヒント : 試験体の「棒」 と「板」の境目. 木材工業, 68(9), 411-414(2013).

86) Kubojima Y., Tonosaki M., Yoshihara H.: Young's modulus obtained by flexural vibration test of a wooden beam with inhomogeneity of density. *Journal of wood* science 52(1),20-24(2006).

87) Kubojima Y., Kato H., Tonosaki M.: Fixed-fixed flexural vibration testing method of actual-size bars for timber guardrails. *Journal of wood science* **58**(3),211–215(2012).

88) 菊地秀雄:ダンピング材料.日本ゴム協会誌,51(4) 219-230(1978)

89) 佐々木雄貞, 遠藤 紘, 本田忠史, 座間芳正: 複合型制振鋼板の特性と利用 技術.鉄と鋼,64(8), 1226-1235(1978)

90) 制振工学ハンドブック編集委員会編,"制振工学ハンドブック"コロナ社,
東京, 2008, pp.425-476.

91) 津田精三,佐々木雄貞,遠藤 紘,座間芳正,本田忠史: 高減衰能制振鋼板の特
 性と囲うの影響(1)(制振鋼板の特性と評価法). 鉄と鋼,62(11), 315 (1976)

92) 遠藤 紘,田中 晃:短冊板中央加振による制振性能評価法の確立.日本騒音制御工学会技術発表会講演論文集,237-240(1989)

93)高津宣夫,伊藤耿一,遠藤 紘,田中 晃,加藤正名:はり状試験片を用いた 板材の振動減衰能測定について.日本機械学会論文集 C 編 56 (526),1381-1385 (1990)

94) 柴田勝久, 伊藤耿一, 遠藤 紘, 門脇伸生, 松岡徹郎: 制振鋼板のはりの損失係数におよぼす支持条件の影響. 日本機械学会論文集 C 編 60(580), 4092-4097(1994)

95) 浅見敏彦,村上 惇:ダンピング測定に及ぼすモード連成の影響について:
周波数応答関数の絶対値,実数部,虚数部による減衰測定.日本機械学会論文
集 C編,64(620),1197-1204(1998)

96) JIS G 0602:1993:制振鋼板の振動減衰特性試験方法.日本規格協会 (1993).

97) SAE Technical Papers 920406(1992)

98) Jean-Luc Wojtowicki, Luc Jaouen, Raymond Panneton: New approach for the measurement of damping properties of materials using the Oberst beam. *Review of Scientific Instruments*, **75**(8), p.2569-2574(2004)

99) 制振工学研究会編:制振特性測定法の比較検討-制振鋼板について,制振工学研究会/計測評価技術分科会ラウンドロビンテスト WG(1993).

100) 制振工学研究会編:制振特性測定法の比較検討-2層型制振材料について,制振工学研究会/計測評価技術分科会2層型ラウンドロビンテストWG (1998).

101) 鈴木英男, 渡辺直樹, 小野隆彦, 城戸健一: 共振および反共振における損

33

失係数について.電子情報通信学会技術研究報告.EA,応用音響 99(689),9-16(2000)

102) 張 春生, 倪 清慶, 倉鋪 憲, 岩本正治: 形状記憶ポリマー/CFRP ハイブ リッド積層板の 曲げおよび振動特性の評価. 材料, 55(3), p.329-334(2006)

103) 岸 肇,長尾厚史,小林友作,松田 聡,浅見敏彦,村上 惇:反応性ブタジ エンニトリルゴム/エポキシブレンド硬化樹脂の構造,粘弾性と制振性発現機 構.日本レオロジー学会誌,36(1),p.1-7(2008)

104) 小野晃明;楽器用木材の音響と物性の秘密の関係,数理解析研究所講究録,1209, p.89-98 (2001)

105) R. F. S. HEARMON : The elasticity of wood and plywood. Department of Scientific and Industrial Research. *Forest Products Research*. Special Report, (1948.)

106) 道産木材データベース:http://www.fpri.hro.or.jp//gijutsujoho/doumokudb/doumoku/doumoku-index.htm(アクセス日時: 2017/05/16/11:30),

107) Ono T.: The Dynamic Rigidity Modulus and Internal Friction of Several Woods in Torsional Vibration. *Mokuzaigakkaishi*, **26**(3), 139-145(1980)

108) 矢野浩之,山田 正:木材半径方向の動力学的性質.木材学会誌 31(3),p222-230(1985).

109) 矢野浩之, 椋代純輔: ピアノ響板用シトカスプル-ス材放射方向の音響特性. 木材学会誌 35(10),p882-885(1989).

110) W. D. Godshall, James, H. Davis: ACOUSTICAL ABSORPTION PROPERTIES OF WOOD-BASE PANEL MATERIALS. U.S.D.A. FOREST SERVICE RESEARCH PAPER (1969)

111) JIS A 1409 残響室法吸音率の測定方法(1998)

112) 中村哲男, 矢野 隆, 村上 聖, 川井敬二, 江藤留寿, 北原良誠:木質3層 構造材の遮音性能(第3報)合板を非対称配置した3層壁の音響透過損失. 木材 学会誌 57(4), 203-210(2011).

113) 末吉修三, 宇京斉一郎, 菅沼一希, 立和名悠介, 塩田正純: 木質構造の重 量衝撃音の心理音響評価. 木材学会誌 **58**(2), 69-73(2012).

114) 雉子谷佳男,北原龍士:スギ実大材曲げ性能への木材材質指標の影響.材料.24(4),377-380(2005)

115) 堤晴彩,織辺俊爾,芳賀弘和,藤本高明:振動スペクトルに基づいた立 木材質の非破壊推定.木材学会誌,63(6),291-296(2017)

116) 小玉泰義,章 忠:ウェーブレット解析による木材の性能評価(第1報) 木
材打撃音のウェーブレット解析.木材学会誌.46(3),197-202(2000)

117) Kubojima Y, Sonoda S, Kato H: Practical techniques for the vibration method with additional mass: bending vibration generated by tapping cross section. *Journal* of wood science 64(1), 16-22(2017).

118) JIS K7244-3:1999:プラスチック-動的機械特性の試験方法-第3部:曲げ振動-共振曲線法

119) DIN 53440 (Blatt1, Blatt2, Blatt3 Prufung von Kunststoffen und von Schwigungsge damften Geschichteten Systemen):1984

120) JIS K 7391:2008:非拘束形制振複合はりの振動減衰特性試験方法

121) 株式会社小野測器,"小野測器技術レポート「制振材料とその性能測定 について」",2004, p.8-9, アクセス日時2019年1月28日19:14, URL: https://www.onosokki.co.jp/HP-WK/c_sup.ort/newreport/damp/damp_techterm.pdf

122) JIS G 0602:1993:制振鋼板の振動減衰特性試験方法.日本規格協会 (1993)

123) 小島真路, 伊東圭昌, 津留崎恭一, 武田理香:制振材料の損失係数と動的 粘弾性に関する実験的検討. 神奈川県産業技術センター研究報告 21, 34-35(2015)

第2章 振動的性質の測定および理論

2.1. 緒言

木材の振動的性質の測定方法で一般的に用いられている両端自由たわみ振動 法などは、たわみ振動するはりの共振時のふるまいを測定するものである¹⁾。 このとき、共振周波数から動的ヤング率(E')を、複数次の E'から動的せん断 弾性係数(G')を、減衰波形あるいは共振曲線から損失正接(tanδ)を求める。

E'を求める際に用いられる Euler-Bernoulli の理論は、はりの厚さ(h) に対し て長さ(l)の比(l/h)が十分大きければ、はりの軸方向の圧縮・引張変形に対 してせん断変形は無視できるほど小さくなり、はりの垂直端面は変形後も軸方 向に対して垂直であるという仮定に基づいている。また、試験片形状あるいは 高次の共振次数によって l/h が小さい場合や G'を求める場合などに、せん断と 回転慣性の影響を考慮した Timoshenkoの理論²⁾を用いて E'を算出する TGH 法 ³⁻⁶⁾もある。

tanδは自由振動のうち振動中に熱として失われるエネルギーを振幅の比から 求める減衰率法と,強制振動による試験片の周波数応答のうち共振曲線の半価 幅から計算する半価幅(半値幅)法によって求められる。木材以外の材料を含 めて考えると,金属や木材の繊維方向など比較的減衰率の小さい材料では減衰 率法が,制振材料など減衰率が大きく自由振動が瞬間的に減衰してしまう材料 では半価幅法が用いられる例が多いように思われる。

本章ではたわみ振動試験における理論と本研究での解析方法についてまとめた。

2.2. 理論

2.2.1. はりのたわみ振動

はりをたわみ(横)振動させるとき,その支持(境界)条件によってはりは 共振時に様々な振動モードで振動する(第1章 Fig.1-2参照)。長さ *l*,幅 *b*,高 さ h のはりについて,長さ方向を x,振動方向を y とし (Fig.2-1), ある断面 P とそこから dx 離れた断面 Q 間の微小要素 (Fig.2-2) に作用する力を考えると, 曲げによる圧縮・引張に加えて,せん断力 (S) と曲げモーメント (M) が含ま れる ⁷⁻⁹⁾。



Fig.2-1. たわみ振動するはりの変形図



Fig.2-2. はりの微小要素

P面でのSは

$$S = \frac{dM}{dx}$$
$$= \frac{d}{dx} \left(-EI \frac{d^2 y}{dx^2} \right) \cdot \cdot \cdot (2-1)$$

Q 面では

$$S + dS = \frac{d}{dx} \left(-EI \frac{d^2 y}{dx^2} \right) + \frac{d^2}{dx^2} \left(-EI \frac{d^2 y}{dx^2} \right) dx \cdot \cdot (2-2)$$
37

また, *M*は P 面で

$$M = -EI\frac{d^2x}{dx^2} \cdot \cdot \cdot (2-3)$$

であり, Q面での Mは,

$$M + dx = -EI\frac{d^2x}{dx^2} - \frac{d}{dx}\left(EI\frac{d^2x}{dx^2}\right)dx) \quad \cdot \quad \cdot \quad (2-4)$$

である。ここで、E はヤング率、I は断面二次モーメント(矩形断面の場合、I = $bh^{3}/12$)である。

密度を ρ とおくと, dx 部分の質量は ρ A dx である。ここで A は断面積であり, この部分の運動方程式は,

$$\rho A dx \frac{d^2 y}{dt^2} = -\frac{d}{dx} \left(E I \frac{d^2 y}{dx^2} \right) - \frac{d^2}{dx^2} \left(E I \frac{d^2 y}{dx^2} \right) dx \cdot \cdot \cdot (2-5)$$

であり,

$$\frac{d^2}{dx^2} \left(EI \frac{d^2 y}{dx^2} \right) + \rho A \frac{d^2 y}{dt^2} = \mathbf{0} \cdot \cdot \cdot (2 \cdot 6)$$

均一なはりであれば EI は一定であるため

$$EI\frac{d^4y}{dx^4} + \rho A\frac{d^2y}{dt^2} = \mathbf{0} \cdot \cdot \cdot (2-7)$$

であり、これが曲げ振動の運動方程式である。

ここで,はりが固有振動数をもち固有の振動モードで調和振動すると仮定する。固有関数を Y(x)とおき,

$$\mathbf{y}(\mathbf{x}, t) = \mathbf{Y}(\mathbf{x})(\mathbf{B}_1 \cos \omega t + \mathbf{B}_2 \sin \omega t) \quad \cdot \quad \cdot \quad (2-8)$$

とする。ここで Y(x)は関数 x で振動モードを決めるものであり, ω は円振動数, tは時間である。これを, Eq.2-7 に代入すると,

$$EI\frac{d^4Y}{dx^4} + \rho A\omega^2 Y = 0 \quad \cdot \quad \cdot \quad (2-9)$$

であり,

$$\frac{d^4Y}{dx^4} + \lambda_n^4 Y = \mathbf{0} \cdot \cdot \cdot (2-10)$$

ここでλ⁴は,

$$\lambda_n^4 = \frac{\omega_n^2 \rho A}{EI} \cdot \cdot \cdot (2-11)$$

である。

Eq.2-10 の解を

$$Y = e^{sx} \cdot \cdot \cdot (2-12)$$

とおいて Eq.2-10 に代入すると

$$s^4 - \lambda^4 = 0$$
, $(s^2 + \lambda^2)(s^2 - \lambda^2) = 0$ · · · (2-13)

であり,

$$s_1 = j\lambda$$
, $s_2 = -j\lambda$, $s_3 = \lambda$, $s_4 = -\lambda \cdot \cdot \cdot (2-14)$

よって特別解は,

$$Y = e^{j\lambda x}, e^{-j\lambda x}, e^{\lambda x}, e^{-\lambda x} \cdot \cdot \cdot (2-15)$$

一般解は,

$$Y = C_1 e^{j\lambda x} + C_2 e^{-j\lambda x} + C_3 e^{\lambda x} + C_4 e^{-\lambda x} \cdot \cdot \cdot (2-16)$$

これを書き直すと

 $Y = C_1 \cos \lambda_n x + C_2 \sin \lambda_n x + C_3 \cosh \lambda_n x + C_4 \sinh \lambda_n x \cdot \cdot \cdot (2-17)$

となる。ここで C1~4 は任意定数であり、C1~4の比は境界条件により定まる。

2.2.2. 境界条件

(a) 両端自由はり

長さ *l* のはりの両端が固定されず自由な場合,両端で曲げモーメントとせん 断力が 0 であるため,

この条件から

$$-C_{1} + C_{3} = 0, \quad -C_{2} + C_{4} = 0$$

$$-C_{1} \cos \lambda l - C_{2} \sin \lambda l + C_{3} \cosh \lambda l + C_{4} \sinh \lambda l = 0,$$

$$C_{1} \sin \lambda l - C_{2} \cos \lambda l + C_{3} \sinh \lambda l + C_{4} \cosh \lambda l = 0$$
(2-19)

Eq. 2-17 より

 $\cos \lambda l \cosh \lambda l = 1 \cdot \cdot \cdot (2-20)$

となり,式を満足する n 次の振動次数による固有値は Table 2-1 のようになる

п	$\lambda_n l$
1	4.7300
2	7.8532
3	10.9956
4	14.1372
5	17.2788
6	20.4204
7	23.5619

Table 2-1. 両端自由条件の各次数の固有値

このとき,

$$C_3 = C_1, \quad C_4 = C_2$$

$$C_2 = -\frac{\cos \lambda_n l - \cosh \lambda_n l}{\sin \lambda_n l - \sinh \lambda_n l} C_1 \quad (2-21)$$

であり、振動モード (Fig.2-3) は以下の式で表される。 $y = D_n \left\{ (\cos \lambda_n x + \cosh \lambda_n l) - \frac{\cos \lambda_n l - \cosh \lambda_n l}{\sin \lambda_n l - \sinh \lambda_n l} (\sin \lambda_n x + \sinh \lambda_n l) \right\} \cdot \cdot \cdot (2-22)$ 0.224l 1次 0.224l 0.776l 2χ 0.132l 0.5000l 0.868l 3χ 0.094l 0.356l 0.644l 0.906l 3χ

Fig.2-3. 両端自由はりの振動モード

(b) 片持ちはり

はりの一端(x=0)が固定され,他端(x=l)が自由な場合,固定端でたわ みと傾斜が0,自由端で曲げモーメントとせん断力が0であるため

$$\begin{cases} x = 0 \quad \stackrel{\frown}{\bigcirc} \quad X = 0, \quad \frac{dX}{dx} = 0\\ x = l \quad \stackrel{\frown}{\bigcirc} \quad \frac{d^2X}{dx^2} = 0, \quad \frac{d^3X}{dx^3} = 0 \end{cases} \quad \cdot \quad \cdot \quad (2-23)$$

x=0のときの条件から

$$C_3 + C_1 = 0$$
, $C_4 + C_2 = 0$ • • (2-24)

x = lの条件から

$$-C_{1} \cos \lambda l - C_{2} \sin \lambda l + C_{3} \cosh \lambda l + C_{4} \sinh \lambda l = 0$$

$$C_{1} \sin \lambda l - C_{2} \cos \lambda l + C_{3} \sinh \lambda l + C_{4} \cosh \lambda l = 0$$
 (2-25)

であり Eq. 2-17 より

であり、式を満足する $\lambda_n l$ の値が Table 2-2 である。

п	$\lambda_n l$
1	1.8751
2	4.6941
3	7.8548
4	10.9955
5	14.1372
6	17.2788
7	20.4204

Table 2-2. 片持ちはり条件の各次数の固有値

このとき,

$$C_3 = -C_1, \quad C_2 = -\frac{\sin\lambda_n l - \sinh\lambda_n l}{\cos\lambda_n l - \cosh\lambda_n l} C_1 = -C_4 \cdot \cdot \cdot (2-27)$$

であり, 振動モード (Fig.2-4) は以下の式で表される。

Fig.2-4. 片持ちはりの振動モード

(c) 両端固定はり

はりの両端が固定されている場合,両端でたわみと傾斜が0であるため,

$$\begin{cases} x = 0 \quad \overleftarrow{c} \quad X = 0, \quad \frac{dX}{dx} = 0 \\ x = l \quad \overleftarrow{c} \quad X = 0, \quad \frac{dX}{dx} = 0 \end{cases} \quad \cdot \quad \cdot \quad (2-29)$$

この条件から下の4つの式が得られる

$$C_1 + C_3 = 0$$
, $C_2 + C_4 = 0$

 $C_1 \cos \lambda l + C_2 \sin \lambda l + C_3 \cosh \lambda l + C_4 \sinh \lambda l = 0$

 $-C_1 \sin \lambda l + C_2 \cos \lambda l + C_3 \sinh \lambda l + C_4 \cosh \lambda l = 0$ (2-30)

であり Eq. 2-17 より

$$\cos \lambda l \cosh \lambda l = 1 \cdot \cdot \cdot (2-31)$$

この式を満足する $\lambda_n l$ の値は(a)節の両端自由はり(Table 2-1)と同様である。 このとき、

$$C_3 = -C_1, \quad C_4 = -C_2$$

$$C_2 = -\frac{\cos \lambda_n l - \cosh \lambda_n l}{\sin \lambda_n l - \sinh \lambda_n l} C_1 \quad (2-32)$$

であり, 振動モード (Fig.2-5) は以下の式で表される。



Fig.2-5. 両端固定はりの振動モード

(d) 中央で固定・加振されるはり

中央を支持・加振され、両端が自由なはり¹⁰は、自由端で曲げモーメントと せん断力が 0 であり、支持・加振点でたわみが 0 である。支持・加振点を x =0、両端を x = lおよび x = -lとおくと、

$$\begin{cases} x = 0 \ \tilde{c} \quad \frac{dX}{dx} = 0, \quad F_0 = 2EI\left(\frac{d^3X}{dx^3}\right) \\ x = l \ \approx \ \tilde{c} \quad \tilde{c} \quad \frac{d^2X}{dx^2} = 0, \quad \frac{d^3X}{dx^3} = 0 \end{cases} \cdot \cdot \cdot (2-34)$$

であり、ここで F_0 は加振力である。この条件から、はりの質量を m_{beam} とする

 $C_2 + C_4 = 0$

$$F_0 = \frac{C_2(2\omega_n^2 m_{\text{beam}})}{\lambda_n l}$$

$$\lambda_n^2 (-C_1 \cos \lambda_n l - C_2 \sin \lambda_n l + C_3 \cosh \lambda_n l - C_2 \sinh \lambda_n l) = 0$$

$$\lambda_n^3 (C_1 \sin \lambda_n l - C_2 \cos \lambda_n l + C_3 \sinh \lambda_n l - C_2 \cosh \lambda_n l) = 0$$
 (2-35)

$$y = \frac{\lambda_n l F_0}{2\omega_n^2 M_{\text{beam}}} \left(\frac{\cos \lambda_n l \cosh \lambda_n l - \sin \lambda_n l \sinh \lambda_n l + 1}{\cos \lambda_n l \cosh \lambda_n l - \sin \lambda_n l \cosh \lambda_n l} \cos \lambda_n l x + \frac{\cos \lambda_n l \cosh \lambda_n l + \sin \lambda_n l \sinh \lambda_n l + 1}{\cos \lambda_n l \sinh \lambda_n l + \sin \lambda_n l \cosh \lambda_n l} \cos h \lambda_n l x + \sin \lambda_n x - \sinh \lambda_n x \right) e^{j\omega t} \cdot \cdot (2-36)$$

である。ここで、加振点での機械インピーダンス (Z = F/V) は

$$Z = \frac{F_0}{-\frac{d(y_{x=0})}{dt}}$$
$$= j\omega_n M \frac{\cos \lambda_n l \sinh \lambda_n l + \sin \lambda_n l \cosh \lambda_n l}{\lambda_n l (\cos \lambda_n l \cosh \lambda_n l + 1)} \cdot \cdot (2-37)$$

である。

反共振のとき,Zは極大であるため Eq.2-37 から

$$\cos \lambda_n l \cosh \lambda_n l = -1 \cdot \cdot \cdot (2-38)$$

であり, 共振の場合はZが極小となるため同様に

$$\cos \lambda_n l \sinh \lambda_n l + \sin \lambda_n l \cosh \lambda_n l = 0 \cdot \cdot \cdot (2-39)$$

である。反共振・共振のときの振動モードを Fig.2-6 に, Eq.2-31,32 を満足する 解を Table 2-3 に示す。



Fig.2-6.中央で固定・加振されるはりの振動モード

*はりの全長を1とした場合

п	λ	n l
	反共振	共振
1	1.8751	2.3650
2	4.6941	5.4979
3	7.8548	8.6349
4	10.9955	11.78097
5	14.1372	14.9226
6	17.2788	18.0642
7	20.4204	21.2057

Table 2-3. 中央で固定・加振されるはりの各次数の固有値

2.2.3. 動的ヤング率

動的ヤング率は、Eq.2-9の ω_n に測定した共振周波数 $(f_n = \omega_n / 2\pi)$ を代入し、

$$E' = \frac{48\pi^2 \rho l^4 f_n^2}{\theta_n^4 h^2} \cdot \cdot \cdot (2-40)$$

で求まる。ここで、係数 θ_n は各境界条件の $\lambda_n l$ の値である。また、中央支持の とき、反共振では l は試験片全長の半分、共振では l は試験片全長である。こ のときの各境界条件の θ_n を Table 2-4 にまとめた。

п	LL ++: +	ᆍᄴᇰᅭ	ᆂᄴᇚᅌ	中央	中央支持	
	万 持 ら	「煸 日 田	「「「」「」「」「」「」「」「」「」「」」「」「」「」」「」「」」「」「	反共振	共振	
1	1.8751	4.7300	4.7300	1.8751	4.7300	
2	4.6941	7.8532	7.8532	4.6941	10.9956	
3	7.8548	10.9956	10.9956	7.8548	17.2788	
4	10.9955	14.1372	14.1372	10.9955	23.5619	
5	14.1372	17.2788	17.2788	14.1372	29.8451	
6	17.2788	20.4204	20.4204	17.2788	36.1283	
7	20.4204	23.5619	23.5619	20.4204	42.4115	

Table 2-4. 各境界条件における次数ごとの θ_n

2.2.4. はりのたわみ振動におよぼす回転慣性およびせん断変形の影響

はりの *l/h* が十分大きいとき,はりのたわみ振動は Euler-Bernoulli の仮定に 従い,それに含まれるせん断力と回転慣性は無視できるほど小さい。Timoshenko は曲げに加えてせん断による変形と回転慣性による影響を踏まえた式²⁾を考案 した(Eq. 2-41)。

$$EI\frac{d^{4}\eta}{dt^{4}} + \rho A\frac{d^{2}\eta}{dt^{2}} - \rho I\left(1 + \frac{E}{k'G}\right)\frac{d^{4}\eta}{dx^{2}dt^{2}} + \frac{\rho^{2}I}{k'G}\frac{d^{4}\eta}{dt^{4}} = 0 \quad \cdot \quad \cdot \quad (2-41)$$

ここで,1は断面二次モーメント,kはせん断分布定数である。

この式に対して Goens は Euler-Bernoulli 式で得られるヤング率 (E_a) と Timoshenko の式で得られるせん断と回転慣性の影響を除いたヤング率 (E_o) と の関係を次式 ³)で表した。

$$E_b = E_a T \cdot \cdot (2-42)$$

ここで T は係数であり, Goens は T を次式のように導いた。

$$T = 1 + 2m_n f_n(m) \frac{I}{l^2 A} \left(3 - \frac{E_b k'}{G} \right) + m_n^2 \{ f_n(m) \}^2 \frac{I}{l^2 A} \left(1 + \frac{E_b k'}{G} \right) - \frac{4\pi^2 I k'}{G A} f r^2 \cdot \cdot \cdot (2-43)$$

(a) TGH 法

Hearmon は上記の式を回帰法で解く方法を考案し⁴⁾, この方法を利用して複数次の共振次数から収束計算を用いて G'を求める方法が TGH 法と呼ばれている。測定した複数次の共振周波数 (f_n) および, Euler-Bernoulli 式で得られた見かけのヤング率 (E_a) を用いて

$$x = E_a \left[1 + 6m_n f_n(m) \frac{I}{l^2 A} + m_n^2 \{f_n(m)\}^2 \frac{I}{l^2 A} - \frac{4\pi^2 \rho I k r}{G A} f r^2 \right] \cdot \cdot \cdot (2-44)$$
$$y = E_a \left[-2m_n f_n(m) \frac{I}{l^2 A} + m_n^2 \{f_n(m)\}^2 \frac{I}{l^2 A} \right] \cdot \cdot \cdot (2-45)$$

を計算する。このときの,両端自由はりにおける各係数を Table 2-5 に示す。

n	$ heta_n$	F_{mn}	C_n
1	4.7300	$\tanh\left(\frac{\theta_1}{2}\right)$	$\theta_1 F_{m1}$
2	7.8532	$\frac{1}{\tanh\left(\frac{\theta_2}{2}\right)}$	$\theta_2 F_{m1}$
3	10.9956	$\tanh\left(\frac{\theta_3}{2}\right)$	$ heta_3 \; F_{m3}$
:	:	:	:
i	$\frac{(2i+1)\pi}{2}$	奇数: $tanh\left(rac{ heta_n}{2} ight)$ 偶数: $rac{1}{tanh\left(rac{ heta_n}{2} ight)}$	$ heta_n F_{mn}$

Table 2-5. TGH 法における各係数

*F_{mn}*は奇数振動時(対称モード)と偶数振動時(非対称モード)で異なる。 Eq.2-44,45 で求めた *x* と *y* の一次回帰式 *y=b-ax* の切片と傾きは,

$$a = \frac{E_b k'}{c}, b = E_b \cdot \cdot \cdot (2-46)$$

である。ここで, **Eq.2-46** の *G* に適当な値(*G*₀)を代入し,以下の条件を満足 するまで収束計算を行なう。

$$\left[\frac{(G-G_0)}{G_0}\right]^2 < (\mathbb{W} \not\equiv \mathbb{m})$$

本研究では収束値を 1.0×10⁻⁵とし¹¹⁾, Excel (Microsoft Office 2016)のソルバ 一機能で計算した。

2.2.5. 損失正接

(a) 減衰率法

振動系が外作用による撹乱を受けると必ず発生し、一旦生じれば外作用が無 くても振動し続けるのが自由振動である¹²⁾。減衰のある1自由度の自由振動で は1周期中に運動エネルギーを熱エネルギーに変えて散逸させている。このエ ネルギーの散逸は減衰力によって表され、変位 x と速度 dx dx との関数であり、速 度に比例する粘性減衰力と、速度に無関係な一定の大きさの固体摩擦力がある。 これらは速度と逆方向に振動を止めるように働く。

ばね定数 kのばねで吊るされた質量 mのおもりが粘性流体中で上下振動する 場合,おもりに働く流体の抵抗力は、おもりの速度 $\frac{dx}{dt}$ に比例する ^{7,13)}。

減衰力 =
$$c \frac{dx}{dt}$$
・・・(2-47)

ここで c は粘性減衰係数であり、おもりの運動方程式は振動方向を+とすると

$$-m\frac{d^2x}{dt^2} - c\frac{dx}{dt} - kx = 0 \cdot \cdot \cdot (2-48)$$

である。ここで単位質量の方程式に変形すれば

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2\varepsilon \frac{dx}{dt} + n^2 x = 0 \cdot \cdot \cdot (2-49)$$

であり、ここで2εおよび n²は

$$2\varepsilon = \frac{c}{m}, \quad n^2 = \frac{k}{m} \cdot \cdot \cdot (2-50)$$

である。ここで Eq.2-49 における ε と n との比は減衰定数(h) であり Eq.2-49 では、

$$h = \frac{\varepsilon}{n} = \frac{\frac{c}{2m}}{\frac{\sqrt{k}}{m}} = \frac{c}{2\sqrt{km}} \cdot \cdot (2-51)$$

となる。このばね定数と質量の関数である h によって減衰の状態が定まる。ここで $\epsilon = hn$ より Eq.2-49 を書き直すと。

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2hn\frac{dx}{dt} + n^2x = 0 \cdot \cdot \cdot (2-52)$$

である。上式の解として

$$\mathbf{x} = e^{pt} \cdot \cdot \cdot (2-53)$$

とおいて代入すると,特性方程式は

$$p^2 + 2hnp + n^2 \cdot \cdot \cdot (2-54)$$

であり, 平方根は

$$p = -hn \pm n\sqrt{h^2 - 1} \cdot \cdot \cdot (2-55)$$

である。

pの値はhの大きさによって三つの場合が存在し、h > 1では過減衰、h = 1では臨界減衰、h < 1では減衰振動(Fig.2-7)となる。ここでは、h < 1の場合のみ記述する。



Fig.2-7. 減衰振動

h < 1 の場合 Eq.2-55 は

$$p = -hn \pm in\sqrt{1-h^2} = -hn \pm in' \cdot \cdot \cdot (2-56)$$

であり,ここで n'は

$$n' = n\sqrt{1-h^2} \cdot \cdot \cdot (2-57)$$

である。よって Eq.2-52 の一般解は

$$x = e^{-hnt} (A \cos n't + B \sin n't) \cdot \cdot (2-58)$$

ここで積分定数 A, B を初期条件によって決定すると解は

$$x = e^{-hnt} \left(x_0 \cos n't + \frac{v_0 + hnx_0}{n'} \sin n't \right) \cdot \cdot \cdot (2-59)$$

で表される。Eq.2-59 では Fig.2-7 のような時間とともに振幅が小さくなる減衰 振動を示す。

一般解 Eq.2-58 は次式のようにも表される。

$$x = Ce^{-hnt}\cos(n't - \varphi) \cdot \cdot \cdot (2-60)$$

ここで,

$$C = \sqrt{A^2 + B^2}, \quad \tan \varphi = \frac{B}{A} \cdot \cdot \cdot (2 \cdot 61)$$

である。Eq.2-60 ではn't = 2πの時間がたつと振動はもとの位相にもどり,固有 周期 T 'は

$$T' = \frac{2\pi}{n'} = \frac{2\pi}{n\sqrt{1-h^2}} > \frac{2\pi}{n} \cdot \cdot \cdot (2-62)$$

となり減衰のない場合の周期より長くなる。x が極大になるのは速度 $\frac{dx}{dt}$ が 0 の ときであり

$$\frac{dx}{dt} = -Chne^{-hnt}\cos(n't - \varphi) - Cn'e^{-hnt}\sin(n't - \varphi) = 0 \cdot \cdot \cdot (2-63)$$

これにより、

$$\tan(n't-\varphi) = -\frac{n}{n'}h = -\frac{h}{\sqrt{1-h^2}} \cdot \cdot \cdot (2-64)$$

よって, Eq.2-64 の $(n't - \varphi)$ を θ_0 とすれば, m 回転後に同位相となる $(n't - \varphi)$ は,

$$n't_m - \varphi = \theta_0 + 2m\pi \cdot \cdot \cdot (2-65)$$

減衰開始後に隣り合う同位相の m 番目の振幅は

$$x_m = Ce^{-hntm}\cos(n't_m - \varphi) \cdot \cdot \cdot (2-66)$$

であり、位相が同じとなる m+1 番目の振幅は

$$x_{m+1} = Ce^{-hn(tm+T')}\cos[n'(t_m + T') - \varphi]$$
$$= Ce^{-hn(tm+T')}\cos(n't_m - \varphi) \cdot \cdot \cdot (2-67)$$

となり、 x_m と x_{m+1} との比は

$$\frac{x_m}{x_{m+1}} = e^{hnT'} = e^{\frac{2\pi hn}{n'}} = e^{\frac{2\pi h}{\sqrt{1-h^2}}} \cdot \cdot \cdot (2-68)$$

である。Eq.2-68はmの値を含まず一定値であり、自然対数をとれば

$$\Delta = \log_e \left(\frac{x_m}{x_{m+1}} \right) = \frac{2\pi h}{\sqrt{1-h^2}} \cdot \cdot \cdot (2-69)$$

であり、この Δ が対数減衰率である。また、 Δ を π で除したものが tan δ である。 本研究では減衰率法を用いて tan δ を算出する場合、ある点の周期の振幅 x_m と、 そこから 10 周期先の振幅 x_{m+10} を用いて

$$\tan \delta = \frac{1}{10\pi} \log_e \left(\frac{x_m}{x_{m+10}} \right) \cdot \cdot \cdot (2-70)$$

で $tan\delta$ の計算を行なった。

(b) 半価幅法

周期的な外力を受けると撹乱が生じ、これに対する振動系の応答が強制振動 である。また、撹乱の開始と同時に自由振動も生じこれらが複合したものが過 渡状態である。自由振動が減衰して消えると強制振動のみが残り、この状態を 定常状態という¹²⁾。

正弦波的な外力 Pocos ωt が作用する 1 自由度の振動系の振動方程式 ^{7,8)}は,

$$m\frac{d^2x}{dt^2} + c\frac{dx}{dt} + kx = P_0 \cos \omega t \cdot \cdot \cdot (2-71)$$

である。ここで、P0は外力の振幅、ωは外力の円振動数である。ここで

$$n = \sqrt{\frac{k}{m}}, \quad h = \frac{c}{2\sqrt{mk}}, \quad p_0 = \frac{P_0}{m} \cdot \cdot \cdot (2-72)$$

とおくと, Eq.2-71 は

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2hn\frac{dx}{dt} + n^2x = p_0\cos\omega t \cdot \cdot \cdot (2-73)$$

となり、この式は単位質量についての振動方程式である。

外力の円振動数がωであるため振動も円振動数ωでおこるが、減衰力がある場合、外力の位相よりも多少遅れる。この位相角をφ,振幅をDとおくと Eq.2-73の特別解は

$$x = D\cos(\omega t - \varphi) \cdot \cdot \cdot (2-74)$$

の形における。また次式のようにも書き換えることができる

$$x = a\cos\omega t + b\sin\omega t \cdot \cdot \cdot (2-75)$$

Eq.2-74 を変形して

$$x = D\cos\varphi \cdot \cos\omega t + D\sin\varphi \cdot \sin\omega t \cdot \cdot (2-76)$$

Eq.2-75 と比較すると

$$a = D\cos\varphi$$
, $b = \sin\varphi$ · · (2-77)

である。よって

$$D = \sqrt{a^2 + b^2}, \quad \tan \varphi = \frac{b}{a} \cdot \cdot \cdot (2-78)$$

である。Eq.2-75の bsinwt は外力と位相差があることを仮定し, Eq.2-75を Eq.2-

73 に代入して a,b の連立方程式は,

$$\begin{cases} -a\omega^2 + 2b\omega hn + an^2 = p_0 \\ -b\omega^2 + 2a\omega hn + bn^2 = 0 \end{cases}$$
(2-79)

であり a,b を求めると,

$$a = p_0 \frac{n^2 - \omega^2}{(n^2 - \omega^2)^2 + 4h^2 n^2 \omega^2}, \quad b = p_0 \frac{2hn\omega}{(n^2 - \omega^2)^2 + 4h^2 n^2 \omega^2} \cdot \cdot \cdot (2-80)$$

であり a,b を Eq.2-78 に代入すると、一般解は Eq.2-58 を参照して、特別解は

$$x = e^{-hnt} (\bar{A} \cos n't + \bar{B} \sin n't) + p_0 \frac{\cos(\omega t - \varphi)}{\sqrt{(n^2 - \omega^2)^2 + 4h^2 n^2 \omega^2}}$$

$$= e^{-hnt}(\bar{A}\cos n't + \bar{B}\sin n't) + \left\{\frac{p_0}{\omega^2} \cdot \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{1-\omega^2}{n^2}\right)^2 + \frac{4h^2\omega^2}{n^2}}}\right\}\cos(\omega t - \varphi) \cdot \cdot (2-81)$$

ここで

$$\frac{p_0}{\omega^2} = \frac{P_0}{k} = \delta_{st}, \quad \varphi = \tan^{-1} \frac{\frac{2\hbar\omega}{n}}{\frac{1-\omega^2}{n^2}} \cdot \cdot \cdot (2-82)$$

である。Eq.2-81の第1項は自由振動で, *Ā*, *B*は積分定数で初期条件によって 定まり,第2項は強制振動の項である。外力により振動が始まり,過渡振動か ら定常振動に移ると自由振動がなくなり強制振動の成分のみとなる。ここで, *δ*_{st}は外力が静的に作用した場合の変位を表し,強制振動の振幅 *D* との比 *D*/*δ* _{st} は,

$$\frac{D}{\delta_{st}} = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{1-\omega^2}{n^2}\right)^2 + \frac{4h^2\omega^2}{n^2}}} \cdot \cdot \cdot (2-83)$$

である。この比率は外力の円振動数 ω と振動系の固有振動数 n との比と減衰定数 h の関数である。共振時の最大振幅は D/ δ_{st} が極大のときであり

$$\frac{d\frac{D}{\delta_{st}}}{d(\frac{\omega}{n})} = 0 \cdot \cdot \cdot (2-84)$$

より,

$$\frac{\omega}{n} = \sqrt{1 - 2h^2} \cdot \cdot \cdot (2 - 85)$$

となる。 $\frac{\omega}{n}$ が1に近づくにつれて D/δ_{st} も増大し共振の状態となる。また、 $\frac{\omega}{n}$ が 1よりさらに増大すれば再び D/δ_{st} は小さくなる。また位相角 φ も $\frac{\omega}{n}$ <1 では外 力の位相よりあまり遅れないが $\frac{\omega}{n}$ が大きくなるにつれて位相の遅れも大きく なり、 $\frac{\omega}{n}$ =1 では h によらず位相のおくれは 90°となる。また、 $\frac{\omega}{n}$ >1 では位相 のおくれは 90~180°となる。このような曲線を共振曲線と呼ぶ。本研究で測 定した共振曲線の1例を Fig.2-8 に示す。



Fig.2-8. 共振曲線の一例

このような共振曲線から $tan\delta$ を求める。**Eq.2-83**のhを, $\frac{\varepsilon}{\varepsilon_c}$ の形に書き直すと

$$\frac{D}{\delta_{st}} = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{1-\omega^2}{n^2}\right)^2 + 4\frac{\varepsilon^2\omega^2}{\varepsilon n^2}}} \cdot \cdot \cdot (2-86)$$

ここで,振幅が最大になる振動数ωrは

$$\frac{\omega_r}{\omega} = \sqrt{1 - 2\frac{\varepsilon^2}{\varepsilon_c^2}} \cdot \cdot \cdot (2-87)$$

このときの最大の振幅は

$$\frac{D}{\delta_{st}}_{\max} = \frac{1}{2\frac{\varepsilon}{\varepsilon_c} \sqrt{1 - \frac{\varepsilon^2}{\varepsilon_c^2}}} \cdot \cdot \cdot (2-88)$$

である。

Fig.2-8のような共振曲線から損失正接を求める場合は共振時の振幅 α_{max} と $\frac{a_{max}}{e}$ のときの振動数 ω_1 と ω_2 の差 $\Delta \omega$ を求める (**Fig.2-9**)。



Fig.2-9. 共振曲線

Eq.2-86, 88から

$$\alpha = \frac{\delta_{st}}{\sqrt{\left(\frac{1-\omega^2}{n^2}\right)^2 + 4\frac{\varepsilon^2\omega^2}{\varepsilon n^2}}} = \frac{\delta_{st}}{2e\frac{\varepsilon}{\varepsilon_c}\sqrt{1-\frac{\varepsilon^2}{\varepsilon_c^2}}} \cdot \cdot \cdot (2-89)$$

 $\frac{\omega^2}{n^2} = x, \ \frac{\varepsilon^2}{\varepsilon_c^2} = y$ とおき、 y^2 は小さいと仮定して無視すると $x^2 - 2(1 - 2y) + 1 - 4e^2y = 0 \cdot \cdot \cdot (2-90)$

であり。ここから

$$x = 1 - 2y \pm 2\sqrt{y(e^2 - 1)} \cdot \cdot \cdot (2-91)$$

減衰が小さい場合(y < 1)を仮定して

$$\frac{\omega_1}{n} - \frac{\omega_2}{n} \approx \frac{1}{2} 4 \frac{\varepsilon}{\varepsilon_c} \sqrt{e^2 - 1} = 2 \frac{\varepsilon}{\varepsilon_c} \sqrt{e^2 - 1} \cdot \cdot \cdot (2-92)$$

よって,

$$2\frac{\varepsilon}{\varepsilon_c} = \frac{\Delta\omega}{n} \frac{1}{\sqrt{e^2 - 1}} \cdot \cdot \cdot (2 - 93)$$

 $e = \sqrt{2} \mathcal{O} \mathcal{E} \mathcal{E}$

$$2\frac{\varepsilon}{\varepsilon_c} = \frac{\Delta\omega}{n} = \tan\delta \cdot \cdot \cdot (2-94)$$

である。

また, Eq.2-87 から減衰が小さいとき

$$n = \omega_r \frac{1}{\sqrt{1 - 2\frac{\varepsilon^2}{\varepsilon}}} \approx \omega_r \cdot \cdot \cdot (2 \cdot 95)$$

である

Fig.2-8のような周波数(Hz) - 振幅(dB)からなる共振曲線から求める場合 を考える。物理量のレベル表現であるデシベルは,基準量 A₀に対するレベル表 現 L_Aとして

$$L_A = 20 \log_{10} \frac{A}{A_0}$$

で表せれる¹⁴⁾。よって $e = \sqrt{2}$ のときは20 $\log_{10}(\frac{1}{\sqrt{2}}) \approx 3$ dB 下がった 2 点の周波数幅 (円振動数=2 πf) とピーク周波数 $(=\frac{n}{2\pi} \approx \frac{\omega_r}{2\pi})$ から tan δ が求められる。また, この逆数が曲線の先鋭度を表す Q 値である。半価幅内に十分なデータ点数が無 い場合や、制振材料など非常に tan δ が大きく隣接するモードの共振曲線の影響 を受ける場合では任意の大きさ (s dB) 分下がった 2 点の周波数幅で求める場 合があり、s dB 法とも呼ばれている。共振周波数 (f_n) から s dB 下がった周波 数幅

 (Δf) から $tan\delta$ を求める場合は補正係数 Kを掛けて

$$\tan\delta = \frac{\Delta f}{f_n} K \cdot \cdot \cdot (2-96)$$

で求められる。ここで Kの値は,

$$K = \frac{1}{\sqrt{\left(10^{\frac{5}{10}}\right) - 1}} \cdot \cdot \cdot (2-97)$$

で求められる¹⁵⁾。Table 2-6 に Kの値についてまとめた。

本研究では,強制振動で $tan\delta$ を測定する場合,十分なデータ点数から計算する ためe = 2として $20 \log_{10}(\frac{1}{2}) \approx 6 dB$ 下がった2点の周波数幅から Eq.2-96 で求めた。

s (dB)	K
1	1.965
2	1.308
3	1.000
6	0.579
10	0.794

Table 2-6. *s* dB 下がった周波数幅での *K* の値

2.3. 文献

1) 日本木材学会・物理・工学編編集委員会"増補改定 木材科学実験書 I. 物理・ 工学編"中外産業調査会, 東京, 1989, p.202-204

2) S.P. Timoshenko : LXVI. On the correction for shear of the differential equation for transverse vibrations of prismatic bars. Philosophical Magazine Series 6, **41**, 744-746 (1921)

3) E. Goens : Über die Bestimmung des Elastzitätsmodulus von Stäben mit Hilfe von Biegungsschwingungen. Annalen der Physik, **403**(6),649-678 (1931)

4) R.F.S. Hearmon : The influence of shear and rotatory inertia on the free flexural vibration of wooden beams. *British Journal of Applied Physics*, **9**,381-388 (1958)

5) N. Sobue: Instantaneous measurement of elastic constants by analysis of the tap tone of wood. Application to flexural vibration of beams. *MokuzaiGakkaishi*, **32**(4), 274-279 (1986)

6) Y. Kubojima, H. Yoshihara, M. Ohta and T. Okano: Accuracy of the shear modulus of wood obtained by Timoshenko's theory of bending. *Mokuzaigakkaishi*, 43(5), 439-443 (1996)

7) 小坪清真, "入門建設振動学"森北出版, 東京, 2005, p.25-46,150-162

8) 有山正孝, "基礎物理学選書 8. 振動・波動" 裳華房, 東京, 1971, p.40-62,144-149

9) 北原覚一, "木材物理" 森北出版, 東京, 1981, p.113-117

10)長谷伸茂,山田幸博,有馬孝禮,鈴木滋彦,小野一則:制振材料を用いた 複合木質床板の振動的性質と床衝撃音の遮音等級.木材学会誌 34(6), 500-507
(1988)

11)日本住宅・木材技術センター"構造用木材の強度試験マニュアル"2011, p.6871,アクセス日時 2019 年1月 28 日 19:16,

URL: http://www.howtec.or.jp/files/libs/1828/201712121507021978.pdf

12) 長松昭男, "モード解析入門"コロナ社, 東京 2012, p.13-126

13) 谷口 修,"改訂 振動工学"コロナ社,東京,1972, p.31-60

14) 小橋豊, "基礎物理学選書 4. 音と音波" 裳華房, 東京, 1971, p.79,215

15)株式会社小野測器, "小野測器技術レポート「制振材料とその性能測定に ついて」", 2004, p.8-9, アクセス日時 2019 年 1 月 28 日 19:14, URL: https://www.onosokki.co.jp/HP-WK/c_sup.ort/newreport/damp/damp_techterm.pdf

第3章 試作した中央加振法装置の検討

3.1. 緒言

中央加振法の実験装置は、一般的に電磁式加振器、測定用センサーであるイ ンピーダンスヘッド、試験片の接合用の治具であるコンタクトチップ、質量に よる影響を補正するマスキャンセルアンプ、解析用の FFT アナライザーで構成 される。試験片と加振器は恒温槽内に設置され、温度環境を変化させながら測 定が行われている。これらの装置は高価なものが多いため、簡略化した装置を 試作した。この装置による測定の妥当性を確認するため、有限要素法(以下、 FEM)による解析と比較することで、周波数応答曲線と振動モードについて検 討した。

また、試験片に必要な長さ(1)/高さ(h)比を求めた。両端自由たわみ振動 法や片持ちはり法で木材を測定する際、せん断力の影響があることを考慮する と試験片の 1/h は 25 倍以上必要とされている^{1,2)}。中央加振法の反共振では実 効長が試験片全長の半分となるため、1/h は 50 倍以上必要と考えられるが、木 材での適用例が見当たらないため明らかではない。中央加振法で制振材料を測 定した報告における試験片寸法について Table.3-1 にまとめた。ここで、試験片 の 1/h を比べると 17~438 倍程度と多岐にわたっている。また、JIS K7391 では 長さ 250 mm、高さは 6 mm 以下(1/h=41.7 以上)、JIS G 0602 では長さ 250 mm、 高さ 0.8~3.2 mm(1/h=78.125~312.5)とされている。一般的に木材は E/G 値 が高く(Table 1-1)、共振周波数に及ぼす回転慣性とせん断力による影響が大き いため、中央加振法で必要な 1/h は他の材料と比べて大きいと考えられる。そ のため、木材を中央加振法で測定した場合に必要な 1/h を検討した。

63

l	b	h	l/h	材料	文献
280	25	2.6~4.6	60.87~107.7	鋼板 1mm+制振材	3)
500	30	3~15	33.3~166.7	ナラ材 3mm+(塩化ビニル,	4)
				発泡プラスチック, ゴム)	
$110 \sim$	30	0.8	137.5~437.5	制振鋼板	5)
200	25	3	66 7	制振材・塩化ビニール	6)
200	20	0.8	275		7)
300	20	0.8	375	甲人 刘问	7)
300	30	$0.805~\sim$	186.3~372.7	三層複合形制振鋼板,鋼板	7)
		1.61		+ポリイソブチレン(コア	
				材)	
400	19.97	1.71	233.9	アルミニウム+制振材	8)
250	15	2		SMP/CFRP ハイブリット積	9)
				層板	
140	10	4.2		3 層制振鋼板	10)

Table3-1. 中央加振法で使われる試験片寸法

l:長さ, b:幅, h:高さ(mm)

3.2. 実験方法

3.2.1. 試験片および供試樹種

試験片にはシトカスプルース (*Picea sitchensis*) 材を用いた。この樹種は楽器 響板として用いられ,その物性が多く報告されている。試験片の寸法は周波数 応答曲線の比較では,幅広い範囲の共振周波数を測定帯域内におさめるために スパンを十分長くし,寸法 720 (L) ×16 (R) ×3.2 (T) mmの試料を用いた。 振動モードの確認ではより一般的な試験片寸法として 200 (L) ×20 (R) ×4 (T) mmの試料を用いた。試験片に必要な *l/h*を求める実験では 800 (L) ×20 (R) ×4 (T) mmの試料を用い,手鋸で試験片両側を切断しながら測定した。

3.2.2. 装置の試作

(a) 実験装置

中央加振法では試験片以外のインピーダンスヘッドやコンタクトチップの質 量が周波数応答関数に影響を与える。共振では、試験片中央の振幅が極大で、 質量の影響も最も大きい。一方、反共振は試験片中の振幅は極小で、質量の影 響は最も小さい。そのため、反共振のみで測定を行えば質量の影響を補正する マスキャンセルアンプを除外できる。また、質量を可能な限り小さくするため インピーダンスヘッドではなく試験片の先端変位を非接触で測定するものとし た。試作した実験装置の模式図を Fig.3-1 に写真を Photo.3-1,2 に示す。加振器 には、大きな加振力を与えられる磁歪振動装置(Fig.3-1 の 2、Thakral DIT 製、 Nimzy Vibro Max Speaker)を使用した。試験片は、万能試験機を用いて圧延し て平滑にしたアルミ線(φ:1.2 mm、支持部: Fig.3-の 3)を介して加振器の接続 ねじの上端に接着するようにした。アルミ線の寸法は、長さ(試験片の幅) 20 mm、 幅 1.4 mm、厚さ 0.8 mm とした。加振信号は信号発信器(Fig.3-1 の 1、NF 回 路設計ブロック製、WF1947)から磁歪振動装置に入力した。試験片の振幅はレ ーザー変位計(Fig.3-1 の 5、キーエンス製、LK-G80)あるいは、マイク(小野測 器製, LA-4440) で測定し, バンドパスフィルター(Fig.3-1の7, NF 回路設計 ブロック製, 3611)を介して FFT アナライザー(Fig.3-1の8, 小野測器製, CF-4500)に入力した。測定装置は恒温恒湿室 (20 ℃, 65 %RH)内に設置した。

試作装置で測定した周波数応答曲線の一例を Fig.3-2 に示す。端部の応答の み測定しているため、反共振周波数のみがピークとして現れている。このよう な応答曲線が妥当かどうか FEM と比較して検討した。





Fig.3-1. 試作した試験装置の模式図

上:装置全体,下:支持部拡大

- 1:信号発信器,2:磁歪振動装置,
- 3:支持部,4:試験片,5:レーザー変位計,
- 6:レーザー変位計コントローラー,
- 7:バンドパスフィルタ,8:FFTアナライザー



Photo.3-1. 測定装置全体



Photo.3-2. 支持部付近拡大


Fig.3-2. 試作した中央加振法の測定装置で測定した周波数応答曲線

(b) 試作した中央加振法装置の妥当性の検証

i) 有限要素法による理論モード解析

あらかじめ物性値を測定した試験片をモデル化(Fig.3-3)し、中央加振法反 共振の状態に近い片持ちはりの境界条件で理論モード解析を行い測定した周波 数応答曲線と比較した。FEMはAbaqus(Dassault Systémes 製, Ver.6.14 Student Edition)を用いた。モデルの寸法は、中央加振法の固定部から片側のみを想定 してスパン:720×幅:16×高さ:3.6 mmとした。モデルに代入した物性値を Table3-2に示す。モデルの物性値のうちヤング率(E)および減衰比(ζ)はあ らかじめ両端自由たわみ振動法(減衰率法)で測定し、ポアソン比は文献値を 用いた。モデルは等方性、質量分布均一で設定した。モデルのメッシュはスパ ン方向に45分割、幅方向に2分割とし、高さ方向にはメッシュを分割しなかっ た。境界条件はモデルの一端を完全拘束し、もう一端を自由端とし1Nの正弦 波荷重を加えた(Fig.3-4)。解析範囲は剛体モードを除外するため1Hzからと し、4000 Hz までの範囲で自由端の空間変位を求めた。また、解析範囲内に現 れた固有モードを抽出した。

Fig.3-3. 解析用モデル

Table3-2. モデルの物性値

寸法 (mm)	ho (kg/m ³)	E (GPa)	v	ζ (×10 ⁻³)
360×16×3.6	529	13	0.48	4.59

 ρ :密度, E: ヤング率, v: ポアソン比 (シトカスプルースの文献値 ¹¹⁾: v_{LT} を代入),

ζ:減衰比



Fig.3-4. モデルの拘束および加振条件

中央加振法による測定は,試験片を正弦波掃引信号(1~4000 Hz, 99.75 Hz/s, 2.5 V) で加振し,試験片端部の変位をレーザー変位計で測定し,FFT アナライ ザー上に周波数応答曲線を描かせた。

ii) 振動モードの測定

試験片を反共振周波数で加振し,試験片の複数の点の複振幅を測定して振動 モードを直接測定した。試験片の複振幅はレーザー変位計で測定した。試験片 を 1~3 次モードの反共振周波数で加振し,振動中の試験片の複振幅を測定し た。測定点は Fig.3-5 で示すように試験片端部から中央まで 10 mm ごととした。 また,位相を確認するために 1 次モードでは試験片両端の 2 点, 2 次モードの 試験片端部とその逆側のモードの腹の 2 点の振幅を同時に測定し応答波形の位 相を確認した (Fig.3-6)。



Fig.3-5.複振幅の測定位置

Fig.3-6.位相差の測定位置

3.2.3. 試験片に必要な *l*/h の測定

試験片に必要な *l/h* を求めるために試験片の長さ方向を両端で切断しながら *E*'および tanδを測定した。試験片の *l/h* は 200 倍から 35 倍とした。測定は, 5 kHz までに含まれる共振次数の *E*'および tanδ を測定した。

3.3. 結果と考察

3.3.1. 有限要素による理論モード解析との比較および振動モード

FEM による周波数応答曲線に固有モードを併記した図を Fig.3-7 に示す。解 析範囲内で7次までの曲げ振動の共振周波数がピークとして得られた。図中で は隣接する固有モード間で位相が反転するため、はりの振動に隣接する次数の 振動が同程度含まれる場合は反共振状態となり ¹²⁾,図中の極小ピークとして 現われている。この曲線に中央加振法で測定した周波数応答曲線を重ねたもの を Fig.3-8 に示す。 低次の振動モードではピークが比較的一致したが, 高次の振 動モードでは測定値が解析値より下回った。これは、解析モデルが等方性かつ 質量分布均一であったため,あるいは,ソフトウェア上で高次の振動モードで の回転慣性とせん断力の影響を反映しきれなかったためと考えられる。Fig.3-9 に各ピークで得られた E'を示す。通常,木材のように E/G 値が高い材料では高 次の振動モードで E'が低下するはずであるが、FEM では高次の E 'が低下せず 増大しているため、ソフトウェアの設定では回転慣性とせん断力の影響を反映 していないと考えられる。一方,中央加振法で測定した E'は高次の振動モード になるにつれて低下していく結果が得られた。なお中央加振法で測定した E'で は、1次と2次のE'が逆転している。これは試験片のスパンが長く、試験片中 の密度の不均一性によるものと考えられる^{13,14,15)}。

73



Fig.3-7. 有限要素法による周波数応答曲線とピーク周波数での固有モード



Fig.3-8. 有限要素法と中央加振法による周波数応答曲線



Fig.3-9. 有限要素法および中央加振法による動的ヤング率の比較

解析範囲内で抽出した固有モードとその周波数を Fig.3-10~12 および Table 3-3 に示す。固有モードは高さ方向と幅方向に屈曲する 2 種類の曲げ振動とね じり振動が得られた。



Fig.3-10. 有限要素法で解析した固有モード(ねじり振動)



Fig.3-11. 有限要素法で解析した固有モード(曲げ振動:横方向)



Fig.3-12. 有限要素法で解析した固有モード(曲げ振動:縦方向)

次数		中央加振法		
	ねじり振動(Hz)	曲げ振動(横)(Hz)	曲げ振動(縦)(Hz)	(Hz)
1	977.13	116.72	25.68	25.54
2	2935.50	725.67	161.03	161.25
3		2007.40	451.71	447.50
4		3868.70	887.84	870.00
5			1473.80	1422.00
6			2213.30	2095.00
7			3111.20	2892.50
8				3786.25

Table 3-3. 有限要素法および中央加振法で得られた共振周波数

中央加振法で測定した振動モードを Fig.3-13 に示す。1~3 次モードにおいて 試験片の振動モードは双片持ちはりの振動モードと一致した。また,位相差を 検討した結果(Fig.3-14)と併せて,試作した測定装置は,双片持ちはりの振動 モードで振動していることがわかった。



Fig.3-13.1~3 次の振動モード

Fig.3-14.1 次及び2次モードの応答波形

3.3.2. 試験片に必要な *l/h* 比

試験片の長さを短くして *l/h* を変化させながら測定した反共振周波数 (*f_n*), *E*'および tan *d* の変化を Fig.3-15~17 に示す。*f_n* は全ての次数でスパンが短くな るにつれて増大する一般的な結果であった。*E*'は1次および2次モードに着目 すると *l/h* が 200 倍から 110 倍まで1次の*E*'を2次の*E*'が上回り,1次の*E*' は *l/h* が 100 倍から 70 倍までの間は増加した後低下する傾向を示した。通常1 次の*E*'は2次のそれと比べて,回転慣性とせん断力の影響は小さいため高い値 を示す。なお,1次と2次の*E*'の逆転は,3.3.1節と同様に試験片の不均一性に よるものとされている。Fig.3-16 での1次と2次のE'の結果は、試験片内に局 所的に高密度な箇所が存在しており、長さ方向の切断に伴いこの影響が変化し、 試験片のI/hが70倍になったときには密度の不均一性の影響がなくなったと考 えられる。tanδの結果もE'と同様に試験片の不均一性の影響と考えられるが、 より複雑な傾向であった。複数次数のtanδを比べた場合、せん断の影響により 最低次数のtanδが最も低い値をとると考えられるが、Fig.3-17 ではI/hが200 から140倍までの範囲で最も低いtanδを示したのは3次のそれであった。ま た、I/hが130倍から70倍までの範囲では、最も低いtanδを示したのは2次の それであった。tanδはE'と比べて測定誤差も大きいことも考えられるが、E'の 結果と合わせて試験片のI/hが200~60倍程度では密度の不均一性の影響があ ると考えた。そのためIを双片持ちはりの各次数の波長

(*Λ_n*)に換算して試験片の高さとの比(*Λ_n/h*)で*E*'および tanδの傾向を比較 した(Fig.3-18,19)。



Fig.3-15. l/h と反共振周波数との関係



Fig.3-16. *l/h* と *E* 'との関係



Fig.3-17. *l*/*h* と tanδ との関係

 Λ_n/h が70倍まで E'は低い値であり70倍程度から50倍までおおむねー定 でそれ以下では低下する傾向であった。 $tan\delta$ の傾向は70倍にピークがあり、50 倍から25倍までおおむねー定で、それ以下では急激に上昇した。



Fig.3-18. *A*_n/*h* と *E* 'との関係



Fig.3-19. Λ_n/h と tan δ との関係

3.4. 結論

試作した試験装置による周波数応答曲線と振動モードを有限要素法で確認 した結果,中央加振法反共振の振動モードで測定が行なえることがわかった。 また,この装置で試験片に必要な *l/h* を検討した。中央加振法反共振では,片持 ちはりを左右対称とした双片持ちはりであるため,実効的なスパンは試験片全 長の半分となる。そのため片持ちはりに必要な *l/h* を基準に考えると,中央加 振法の *l* は片持ちはりの 2 倍必要となる。しかし木材を測定する場合,試験片 によっては密度の不均一性の影響を考慮する必要がある。あまりに長い試験片 では高密度な箇所が存在する場合に測定値にこの影響が含まれる。そのため本 研究では, Fig.3-15~18 の *l/h* および *A_n/h* の結果を考慮し,試験片の *l/h* は 50 倍程度とした。 1) S. Higuchi, H.Saito, C. Hashimoto,: A study of the approximate theory of an elastic thick beam. Canadian Journal of Physics, **35** (6), 757-765 (1957)

2) 松本 勗: 木材の動的弾性率 特に撓み振動によるヤング率と対数減衰率と に関する研究. 九州大学農学部演習林報告 36, 1-86(1962).

高田省一,鈴木浩平:中央を加振される制振はりにおける反共振の有効質量の解析に基づく損失係数と振動伝達率の計算式.日本機械学會論文集 C編
 67:2113-2120 (2001).

4)長谷伸茂,山田幸博,有馬孝禮,鈴木滋彦,小野一則:制振材料を用いた 複合木質床板の振動的性質と床衝撃音の遮音等級.木材学会誌 34(6),500-507
(1988)

5) 遠藤 紘,田中 晃:短冊板中央加振による制振性能評価法の確立.日本騒音制御工学会技術発表会講演論文集,237-240(1989)

6) 鈴木英男,渡辺直樹,小野隆彦,城戸健一: 共振および反共振における損失 係数について.電子情報通信学会技術研究報告. EA,応用音響 99(689), 9-16(2000)

7) 高津宣夫, 伊藤耿一, 遠藤 紘, 田中 晃, 加藤正名: はり状試験片を用いた 板材の振動減衰能測定について. 日本機械学会論文集 C 編 56 (526), 1381-1385 (1990)

8) Jean-Luc Wojtowicki, Luc Jaouen, Raymond Panneton: New approach for the measurement of damping properties of materials using the Oberst beam. *Review of Scientific Instruments*, **75**(8), p.2569-2574(2004)

9) 張 春生, 倪 清慶, 倉鋪 憲, 岩本正治: 形状記憶ポリマー/CFRP ハイブリッド積層板の 曲げおよび振動特性の評価. 材料, 55(3), p.329-334(2006)

10) 岸 肇,長尾厚史,小林友作,松田 聡,浅見敏彦,村上 惇:反応性ブタジ

83

エンニトリルゴム/エポキシブレンド硬化樹脂の構造,粘弾性と制振性発現機構.日本レオロジー学会誌,36(1),p.1-7(2008)

11) 澤田 稔:木材の変形挙動. 材料, **32**(359)p.838-847(1983)

12) 長松昭男, "モード解析入門"コロナ社, 東京 2012, p.13-126

13) Y. Kubojima, M. Tonosaki, M. Yoshihara: Young's modulus obtained by flexural vibration test of a wooden beam with inhomogeneity of density. *Journal of wood* science, **52**(1), 20–24(2006)

14) Y. Kubojima, H. Yoshihara, M. Ohata, T. Okano: Examination of the Method of Measuring the Shear Modulus of wood Baced on the Timoshenko Theory of Bending. *Mokuzaigakkaishi*,42(12),1170-1176(1996)

15) D.J. Mead, R.J. Joannides: Measurement of the dynamic moduli and Poisson's ratios of a transversely isotropic fibre-reinforced plastic. *Composites*, **22**(1), 15-29(1991)

第4章 たわみ振動試験の測定方法の検討

4.1. 緒言

試作した試験装置による測定値の妥当性を JIS 準拠の測定装置と比較して検 証した。中央加振法の測定値が、木材で一般的に用いられる両端自由たわみ振 動法や片持ちはり法と比べて測定値にどの程度の差があるのか明らかではない。 そのため、同一の試験片の E'および tanδ を、試作した装置および JIS 準拠の装 置による中央加振法,両端自由たわみ振動法,片持ちはり法で測定し検討した。

4.2. 実験方法

4.2.1. 試験片

試験片にはピアノ響板用に選別されたシトカスプルース(Picea sitchensis) 材 の原板(Photo.4-1)から,寸法は240(L)×20(R)×8(T)mmで,34本の試 験片を作製した。なお,試験片は年輪傾斜角 50°程度の追まさ木取りであった

(Photo.4-2)。これら 34本の試験片を両端自由たわみ振動法で測定した。その後,原板での木取り位置(Fig.4-1)が偏らないように試験片を 17本選抜し,中央加振法および片持ちはり法で測定した。

中央加振法および片持ちはり法では JIS K 7391¹⁾において中央加振法の試験 片の厚さ(*h*)は 6 mm 以下とされている。また,試験片を同一寸法のまま中央加 振法の反共振モードで測定すると,細長比(*l*/*h*)は 15 倍であり,せん断力や回転 慣性によって見かけのヤング率が低下することが予測された。そのため,選抜 した 17 本の試験片の *h* をプレーナーで削り,中央加振法反共振での 実効長/*h* 比 が 30 倍となるように,240×20×4 mm(L ×R×T, n=17)とした。各測定方法で の試験片寸法と条件を Table 4-1 に示す。

85



Photo.4-1. ピアノ響板用シトカスプルース



Photo.4-2. 試験片の木口面および年輪接触角



Fig.4-1. 試験片の採材位置

番号:試験片番号, ×:欠点部位

実験方法	条件	寸法 (mm)	試験片数	l/h	加振	測定
両端自由たわみ		240~20~8	34	30	打擊	音圧
振動法		240×20×8			掃引信号	
片持ちはり法	l = 200 mm	240×20×4	17	50	掃引信号	変位
	l = 120 mm	240×20×4	17	30	掃引信号	変位
中央加振法		240×20×4	17	20	ランダム信号	速度
(JIS)				30		・力
中央加振法	反	240×20×4	17	•	掃引信号	
(試作)				30		泼怔

Table4-1.各測定方法における実験条件

l/h は実効長/高さ比

4.2.2. 計算方法

各測定方法で、動的ヤング率(E')は、共振あるいは反共振周波数(f_n)を用いて Eq.4-1の Euler - Bernoulli 式で求めた。tandは Eq.4-2の半価幅法で求めた。

$$E' = \frac{48\pi^2 \rho l^4 f_n^2}{\theta_n^4 h^2} \cdot \cdot \cdot (4-1)$$

ここで、 ρ は密度、 θ_n は振動モードとモード次数によって定まる係数である。 なお、中央加振法反共振の場合、l は試験片全長の 1/2、 θ_n は片持ちはりにおけ る係数(1次:1.8751)である。また、中央加振法共振の場合、l は試験片全長、 θ_n は両端自由たわみ振動の奇数次モードの係数(1次:4.7300)である。

$$\tan \delta = \frac{\Delta f}{f_n} k \cdot \cdot \cdot (4-2)$$

ここで、 Δf は f_n における振幅からsdB低下したときの周波数幅、kは補正係数(s=3のとき 1, s=6のとき 0.579)である。JIS準拠の装置による中央加振法では 3dB,それ以外の測定方法では 6dB低下した周波数幅から求めた。

4.2.3. 振動試験

(a) 両端自由たわみ振動法

測定は1次モードで行なった。1次モードの節の位置で、糸を用いて試験片 を吊り下げて支持した。共振周波数は、付加質量の影響^{2,3,4)}を考慮して打撃に よる自由減衰振動から求めた。試験片の中央をハンマーで打撃し、試験片端部 に設置したマイク(ノード製、精密騒音計2003形)で音圧を測定し、FFTアナ ライザー(小野測器製、CF-5220)で自由減衰振動の共振周波数を得て E'を求め た。その後、マイクと反対側の試験片端部に鉄片を貼り付け、電磁石を用いた 強制振動で得られた共振周波数の付近を掃引し、共振曲線を FFT アナライザー 上に描かせた。測定は恒温恒湿室(20℃,65% R.H.)内で行なった。

(b) 片持ちはり法

試験片の一端をクランプ(固定部)で締め付けて固定し、1次モードを測定 した。*l*は200mm(クランプ面積A:8cm²)と中央加振法反共振の*l*と同一に なる120mm(A:21cm²)の2条件とした。いずれの場合もクランプは締め付 け力の不足に注意しながら、手動で締め付けられる限界までとした。電磁石を 用いて試験片を強制振動させるための鉄片は、両端自由たわみ振動法と同様に 鉄片の質量の影響が考えられたため、試験片の固定部近く(固定端から*l*=200 mmのとき20mm, *l*=120mmのとき10mm)に貼り付けた。1次モード付近を 掃引し、試験片の先端部の変位をレーザー変位計で測定して、4.2.3.(a)節と同 様に、共振曲線をFFT アナライザー上に描かせた。

(c) 中央加振法

i) 試作した装置による中央加振法

試作した装置で中央加振法の測定を行った。測定装置は, 3.2.2(a)節で示したものである。測定は,強制振動で1次の反共振周波数付近を掃引し,共振曲線をFFTアナライザー上に描かせた。以下,「中央加振法(試作)」とする。

ii) JIS 準拠の装置による中央加振法

神奈川県産業技術センター(JIS G 0602 の認定試験機関)に設置の制振性能 測定装置(Brüel & Kjær 製, PULSE / MS-18143)を用いて中央加振法での測定 を行なった(Photo.4-3,4) ⁵)(以下,「中央加振法(JIS)」とする)。コンタクト チップ(Photo.4-5)を試験片の中央に瞬間接着剤で接着し,加振器に接続した インピーダンスヘッドに取り付けた。0~12.8 kHz の帯域でランダム加振を行 い,周波数応答関数の一つである機械インピーダンスを測定した。速度はイン ピーダンスヘッドの加速度計で得られた値を積分して求めた。また,付加質量 (コンタクトチップやインピーダンスヘッド)の影響はマスキャンセルを行い 補正した。測定は温度 20℃の恒温槽内で行なったが,湿度の調整ができない装 置であり,測定時の槽内相対湿度は 10~50%程度の雰囲気下であった(Photo.4-6)。



Photo.4-3. 中央加振法(JIS) 測定装置



Photo.4-4. 装置全体



Photo.4-5. 試験片およびコンタクトチップ



Photo.4-6. 恒温槽内の温湿度状態

4.3. 結果と考察

4.3.1. 両端自由たわみ振動法の測定結果と試験片の選別

両端自由たわみ振動法による E'/γ と tanδ との関係を Fig.4-2 に示す。木材の 繊維方向では E'/γ と tanδ との間に強い負の相関関係があることが知られてい る ⁶。多数の樹種によって得られた関係式と比較すると、測定値は、やや tanδ が高い傾向であった (Fig.4-2)。これは、試験片の年輪接触角が 50 度程度で木 取りが追柾であったことや、強制振動時に貼り付けた鉄片質量の影響によるも のと考えられる。



Fig.4-2. 両端自由たわみ振動法で得られた E'/y と tan δ との関係

また、両端自由たわみ振動法で得られた E'をもとに試験片を選別した。試験 片の原板内での相対位置と E'との関係を Fig.4-3 に示す。E'の大きな変動はな かったが、年輪幅の小さい樹皮側の E'の方が若干高い値であった。この結果を もとに試験片の原板内での相対位置(Fig.4-1)が偏らないようにして試験片を 17本選抜した。



Fig.4-3. 原板内での相対位置と E'との関係

4.3.2. JIS 準拠の測定装置による中央加振法

選抜した 17本の試験片の高さを調整(h=4 mm)した後,中央加振法(JIS) で振動的性質を測定した。得られた機械インピーダンスおよび位相の周波数応 答曲線を Fig.4-4 に示す。測定帯域内に現れた機械インピーダンスの極大が反 共振周波数,極小が共振周波数である。得られた共振周波数付近ではズーム分 析を行い,正確に共振曲線を測定した(Fig.4-5)。また,試験片の高さを調節し ていない試験片(h=8 mm)でも測定を行なった(Fig.4-6)。試験片の高さによ らず機械インピーダンスの測定を行なえた。



Fig.4-4. 中央加振法で測定した周波数応答曲線



Fig.4-5. 中央加振法で測定した周波数応答曲線(ズーム分析)



Fig.4-6. 試験片の高さの違いによる機械インピーダンスの違い

4.3.3. 比動的ヤング率と損失正接

各測定方法で得られた 1 次モードの E'/y と tanδ との関係を Fig.4-7 に示す。 各方法で, E'/y と tanδ との間に有意な負の相関関係 (P<0.01) が認められた。 よって,中央加振法 (JIS, 試作) でも木材の繊維方向に特有の傾向が測定でき たと考えられる。また,各測定方法の回帰線の傾きと切片については,傾きに は差がなく,切片にも差がないと考えられる。そこで,中央加振法 (JIS, 試作) または片持ちはり法 (*I*=120, 200 mm)の測定値と両端自由たわみ振動法の同 一試験片の測定値とを線で結び,両端自由たわみ振動法で得られた測定値との 違いを示す (Fig.4-8)。その結果,中央加振法 (JIS, 試作) は両端自由たわみ振 動法と比べて tanδ の値のみ高かった。一方で,片持ちはり法 (*I*=120, 200 mm) は, tanδ が高く, E'/y が低かった。以上のように,中央加振法と片持ちはり法 とでは,それぞれ異なった傾向がみられたため, E'および tanδ について個別に 検討することとした。



Fig.4-7. 測定方法別での *E'*/γ と tanδ との関係

凡例: ○: 中央加振法 (JIS), r = -0.633**, n = 17,

△: 中央加振法 (Trial), r = -0.751**, n = 17,
◇: 片持ちはり法 (l = 200mm), r = -0.870**, n = 17,
+: 片持ちはり法 (l = 120mm), r = -0.852**, n = 17,

×: 両端自由たわみ振動法, r = -0.790**, n = 34,

**: P < 0.01. で相関関係があることを示す

回帰線:(1):中央加振法 (JIS), y = -0.0144x+1.131,



Fig.4-8. 両端自由たわみ振動法と比較した 中央加振法および片持ちはり法の *E'*/*y* と tanδ との関係

凡例:○:中央加振法 (JIS),

△: 中央加振法 (試作),
◇: 片持ちはり法 (*l* = 200mm),
+: 片持ちはり法 (*l* = 120mm),
×: 両端自由たわみ振動法

4.3.4. 動的ヤング率

各測定方法の E'について,一元配置の分散分析と Bonferroni 法による多重比較(n = 17 で解析)を用いた検定結果を Fig.4-9 に示す。中央加振法(JIS, 試作)の E'は,両端自由たわみ振動法のそれに近い値を示した(有意差なし)。 一方,片持ちはり法(l=120,200 mm)の E'は,中央加振法および両端自由た わみ振動法と比較して有意(P<0.01)に低い値を示した。片持ちはり法におけ



Fig.4-9. 各方法で得られた E'

プロットは外れ値を示す,

異なる文字間では有意差(P<0.01)があることを示す

る固定部による測定値への影響は、クランプの締め付け力の影響^{7,8)}、クラン プによる試験片の部分的な圧縮による振動的性質の変化⁸⁾や、拘束部内でのせ ん断ひずみによる影響⁹⁾などが報告されている。また、たわみ振動試験で固定 部がある場合、試験片の厚みによって共振周波数が理論値を下回ることが知ら れている¹⁰。よって、本報告における片持ちはり法の E' が他の測定方法に比べて低かったのは、固定部による影響により共振周波数が低下したためと考えられる。一方で、中央加振法の E' は、固定部のない両端自由たわみ振動法で得られたそれと同一の値を示したため、固定部による影響が含まれていないと考えられる。

中央加振法のJIS と試作との E'は、同程度の値を示した(有意差なし)。こ のため、中央加振法の装置においてインピーダンスヘッドによる測定ではなく、 試験片の応答変位のみの測定でも適正な値を得ることができたと考えられる。 また、その場合マスキャンセル処理を省略しても問題なかったと考えられる。 一方で、中央加振法(JIS)での測定は、湿度条件を一定にできない装置であっ たが、中央加振法(試作)での測定値と同程度の値を示したことから、測定時 における含水率の変化は問題ない程度であったと考えられる。

l の異なる片持ちはり法の E'を比べると、<math>l = 120 mm on E'は、l = 200 mm on Cそれと比べて低い値であった (P < 0.01)。l = 120 mm (l/h = 30) O l/hは十分大 きいため ¹¹)、細長比によるせん断力や回転慣性の影響の違い以上に、 試験片 の拘束部内の挙動がスパンによって異なったためと考えられる。

4.3.5. 損失正接

各測定方法の tanδ について,一元配置の分散分析と Bonferroni 法による多 重比較(n = 17 で解析)の検定結果を Fig.4-10 に示す。中央加振法 (JIS),中



Fig.4-10. 各方法で得られた tanδ

プロットは外れ値を示す,

異なる文字間では有意差(P<0.01)があることを示す

央加振法(試作),片持ちはり法(*l*=200 mm)による各測定値間にはそれぞれ 有意差は認められなかった。一方で,両端自由たわみ振動法の tanδ は測定方法 の中で最も低い値を示した(*P*<0.01)。tanδの測定値には,支持部の影響^{12)や} 振幅依存性⁷⁾,周波数依存性^{13,14)},モード依存性¹⁵⁾などが含まれていること が報告されている。両端自由たわみ振動法では,モードの節の位置で支持して いるため,試験片支持による振動の損失が少ない¹⁵⁾,といわれている。一方, 中央加振法の反共振でも,双片持ちはりの節の位置で接着支持しており,その 接着面積も小さいため,片持ちはり法とは異なり支持部による影響は少ない, と考えられる。振幅依存性については,各測定方法で加振信号の電圧を十分低

く設定し、振幅が目視できない程度で測定したため、その影響は小さかったと 考えられる。周波数依存性は、測定帯域が上昇するにつれて tanδが増加するこ とが報告されている。中央加振法(JIS: 258.47 Hz, 試作: 256.44 Hz)および片 持ちはり法(*l*=200 mm:89.63 Hz, *l*=120 mm:230.33 Hz)と比べると, 両端 自由たわみ振動法の共振周波数(820.36 Hz)は高い帯域であったにもかかわら ず tanδ が最も小さかったので、その影響は小さかったと考える。最後に、モー ド依存性は測定した振動モードによって tanδ に差が生じることである。中央加 振法は,反共振では双片持ちはり,共振では両端自由はりの境界条件であり, 振動モードがそれぞれ異なる。ずり変形で制振性能を発揮するような3層型の 制振鋼板では、反共振と共振とで得られる tanδの測定値が異なり、反共振の方 が共振で得られる tanδより高い値を示すという報告 ⁸⁾がある。このような差は, 測定する材料のモード依存性の強さによると考えられており、材料の材質・構 成によっては差が生じない,例えば,曲げ変形で制振性能を発揮する2層型の 制振材料では振動モードによって tanδ に差がないことが報告されている¹⁰。 よって、シトカスプルース材あるいは木材全般がモード依存性の強い材料かど うかは報告されていないが、その可能性があることが示唆された。

以上より、中央加振法で得られた tan δ が両端自由たわみ振動法で得られたその値と比べて大きい原因は主にモード依存性による影響だと考えられる。また、 片持ちはり法 (*l*=120 mm) で得られた値がさらに大きかった原因には、固定部 による影響だけではなく、モード依存性も合わせて影響していると考えられる。

4.4. 結論

木材の振動的性質を中央加振法(JIS, 試作),片持ちはり法および両端自由 たわみ振動法とで測定し、比較した結果,以下のことがわかった。

1)中央加振法は, JIS 準拠の装置と試作した装置によるものとでは測定値はほぼ 同一であり装置の簡略化が可能であった。

2)中央加振法の E'は片持ちはり法のそれより高く,両端自由たわみ振動法のそれに近かった。これは,中央加振法では固定部の影響が小さいためと考えられる。

3) 中央加振法の tand は片持ちはり法のそれに近く,両端自由たわみ振動法の それより高かった。これは固定部の影響だけではなく,モード依存性が合わせ て影響していると考えられる。 1) JIS K 7391:2008: 非拘束形制振複合はりの振動減衰特性試験方法.日本規格協会(2008).

2) 久保島吉貴,外崎真理雄,吉原浩:木材の曲げ振動特性におよぼす先端付加質量の影響.木材工業 58(8),p.370-372(2003)

3) Yoshitaka Kubojima, Mario Tonosaki, Hiroshi Yoshihara: Effect of Additional Mass on the Young's Modulus of a Wooden Beam. *Journal of Testing and Evaluation*, **33**(4), 278-281(2005)

4) 久保島吉貴:木材のたわみ振動試験に関するヒント-試験体の不均質性の
 影響-.木材工業, 68(6), 276-279(2013)

5)小島真路,伊東圭昌,津留崎恭一,武田理香:制振材料の損失係数と動的 粘弾性に関する実験的検討.神奈川県産業技術センター研究報告 21,34-35(2015).

6) T. Ono, M.Norimoto : Study on Young's Modulus and Internal Friction of Wood in Relation to the Evaluation of Wood for Musical Instruments. *Japanese Journal of Applied Physics*, **22**(4), 611–614 (1983).

7) 小林 純, 塩倉高義:響板用木材の振動特性 — クランプ強さ,振幅の大き さおよび試験片の厚さの影響—.東京農業大学農学集報 20(1), 9-15(1975).

8) 制振工学研究会編:制振特性測定法の比較検討―制振鋼板について、制振工学研究会/計測評価技術分科会ラウンドロビンテスト WG(1993).

9) 西脇剛史:一方向 CFRP 積層板の損失係数に及ぼす境界条件の影響.第2 回ダンピングシンポジウム講演論文集,2002,235-238.

10) Kubojima Y., Ohsaki H., Kato H., Tonosaki M.: Fixed-fixed flexural vibration testing method of beams for timber guardrails. *Journal of wood Science*, 52(3), 202-207(2006).
11) Higuchi, S., Saito, H., Hashimoto, C.: A study of the approximate theory of an elastic thick beam. *Canadian Journal of Physics*, **35** (6), 757-765 (1957).

12) 柴田勝久, 伊藤耿一, 遠藤 紘, 門脇伸生, 松岡徹郎:制振鋼板のはりの損 失係数におよぼす支持条件の影響。日本機械学会論文集 C 編 60(580), 4092-4097(1994)

13) T.Nakano, T.Okano, I.Asano: Theoretical and Experimental Analysis of Flexural Vibration of the Viscoelastic Timoshenko Beam. *Journal of Applied Mechanics*, 52(9), 728-731(1985)

14)小野晃明,片岡 明雄:楽器響板用材の動的ヤング率及び内部摩擦の周波数依存性-2-ヤング率及び内部摩擦の周波数依存性ならびに力学的周波数分散. 木材学会誌,25(8),535-542(1978).

15) 制振工学ハンドブック編集委員会編, "制振工学ハンドブック"コロナ 社, 東京, 2008, pp.425-476.

16) 制振工学研究会編:制振特性測定法の比較検討—2 層型制振材料について、制振工学研究会/計測評価技術分科会2層型ラウンドロビンテスト WG(1998).

第5章 木材のモード依存性の検討

5.1. 緒言

第4章において、中央加振法の測定値の特徴として、E'は両端自由たわみ振動法とほぼ同一の値が得られるが、tanδは両端自由たわみ振動法と比べて高い値が得られることがわかった。tanδの結果については振動モードのちがいによる「モード依存性」の影響と考えられた。しかし、1 樹種での結果であり、また、測定装置が統一できず分解能にも違いがあった。

そこで、木材のもつモード依存性の影響を明らかにするため、異なる振動モ ード間で複数の樹種を用い、同一の機材・環境でたわみ振動試験を行い検討し た。

5.2. 実験方法

5.2.1. 供試樹種および試験片

試験片は主に楽器用材に用いられる針葉樹材としてドイツトウヒ(Picea abies),シトカスプルース(Picea sitchensis),エンケゲルマンスプルース (Picea engelmannii),レッドシダー(Thuja plicata)を用いた。針葉樹材試験片は、ギタ 一響板材から採材した。広葉樹材では、ミズナラ(Quercus crispula)、ブナ(Fagus crenata)、ウォルナット (Juglans nigra)を用いた。試験片の寸法は、240(L)×19 (R)×4(T)mmとした。

試験片は恒温恒湿室内(20 °C, 65%RH)で養生・測定した。 試験片の密度はレ ッドシダーの 0.29 g/cm³ からミズナラの 0.95 g/cm³ の間に分布していた。

5.2.2. 測定方法

試験片の振動的性質を、両端固定はり法、片持ちはり法、両端自由たわみ振動法、中央加振法で測定した。固定部がある振動モードではつかみ幅を 20 mm とし、いずれの振動モードでもスパンが 200 mm になるように試験片の長さを 鋸で切断しながら調整した。 測定条件を Table 5-1 に示す。測定は,試験片をスイープ信号で強制振動さ せ,試験片の振幅を FFT アナライザー(小野測器製,CF-4500)上に入力し共 振曲線を描かせた。第4章と同様に,共振曲線のピーク値を共振あるいは反共 振周波数として Euler - Bernoulli 式を用いて動的ヤング率(E')を,共振周波数 から6dB低下した周波数幅から半価幅法で損失正接(tanδ)を求めた。両端固 定はり法,片持ちはり法,両端自由たわみ振動法では試験片に鉄線を貼り付け, 電磁石を用いて非接触で加振を行なった。非磁性体の試験片では貼り付けた磁 性体の質量が共振周波数に影響を与えることが知られているが^{1,2,3},本研究 で貼り付けた鉄線の質量は 0.02 g程度で,鉄線質量/試験片質量比は 0.001~ 0.003の範囲であり,付加質量による影響は小さいと判断した。

測定方法	試験片寸法 (mm)	l/h	加振	受信
両端固定はり法	$240 \times 19 \times 4$	50		
片持ちはり法	$220 \times 19 \times 4$	50	電磁石	
両端自由たわみ振動法	$200 \times 19 \times 4$	50		マイク
中央加振法	$200 \times 19 \times 4$	50	磁歪振動装置	

Table 5-1. 各測定方法での測定条件

固定部の面積は片側当たり 20×19mm, スパン 200 mm に調整

不要な固定部は切断した

(a) 両端固定はり法

試験片端部を挟み込むように 20×20×5 mm のアルミブロック2枚を瞬間接着 剤で貼り付け, アルミブロックごとクランプで試験片の両端を圧締して両端固 定はりとした (Fig.5-1)。クランプは, 共振周波数が一定になるまで¹⁰⁾試験片 が変形しないよう注意しながら手動で圧締した。このとき, 試験片両端のクラ ンプの圧締圧力に差が生じないようにクランプがアルミブロックに接触してか らの締め付けねじの回転回数が同一になるようにした。

加振および測定は固定部の近くに鉄線を接着し,信号発信器(NF回路設計ブロック製,WF1947)から電磁石にスイープ信号を入力して試験片を強制振動させ,振動モードの腹の位置に設置したマイクで振幅を測定した。



Fig.5-1. 両端固定はり法の測定装置模式図

(b) 片持ちはり法

両端固定はり法で測定した試験片の固定部の一端を切断し自由端とした。も う一端は両端固定はり法と同様にアルミブロックを介してクランプで固定し、 片持ちはりとした。試験片の加振は、両端固定はり法と同じく、固定部の近く に鉄線を貼り付けて強制振動させ、自由端に設置したマイクで振幅を測定した。

(c) 両端自由たわみ振動法

片持ちはり条件の試験片の固定部を切断し,各振動次数のモードの節で支持 した(Fig.5-2)。電磁石を用いて試験片を強制振動させて各振動次数の共振周波 数付近を掃引し,マイクで試験片の振幅を測定した。また, 5次モードまでの 共振周波数を測定し,TGH 法 ^{4,5,6)}を用いてせん断力および回転慣性を除いた 真のヤング率(E'₀)を求めた。



Fig.5-2. 両端自由たわみ振動法の測定装置模式図

(d) 中央加振法

試験片の中央を加振器と接続し,中央加振法で測定を行なった振幅の測定は 他の振動モードと同様に試験片自由端に設置したマイクで測定した。加振器に スイープ信号を入力して試験片を強制振動させ,振動モードが双片持ちはり法 となる反共振周波数付近を掃引した。

5.3. 結果と考察

5.3.1. 動的ヤング率

各振動モードで得られた動的ヤング率(E')を、両端自由たわみ振動法を基 準に一元配置分散分析の検定結果とわせて Fig.5-3 に示す。片持ちはり法およ び両端固定はり法の E'は、中央加振法および両端自由たわみ振動法の E'と比 較して有意に低かった。また、中央加振法での E'は両端自由たわみ振動法で の E'との間に有意差は認められなかった。この傾向の原因として、曲げ振動 には回転慣性とせん断変形の影響⁴が含まれることおよび、固定部の影響によ る共振周波数の低下 ⁷が挙げられる。



Fig.5-3. 各測定方法で得られた E'

**: P < 0.01 で有意差があることを表す

プロットは外れ値を表す

回転慣性とせん断変形の影響は振動試験によって異なると考えられるが、中 央加振法の E'が両端自由たわみ振動法の E'との間に有意差がなかったことか ら、今回の実験では中央加振法と両端自由たわみ振動法で回転慣性とせん断変 形の影響に大差なかったと考えられる。回転慣性とせん断変形の影響は、1/hの 増大と共に減少する⁶ため、1/hが中央加振法の2倍となる片持ちはり法では中 央加振法よりも小さい。また、片持ちはり法のE'と両端固定はり法のE'に有意 差が認められなかったことから(Fig.5-3)、回転慣性とせん断変形の影響は両方 法において大差ないと考えられる。以上より、回転慣性とせん断変形の影響は両方 で大差なかったと考えられる。

従って,固定部をもつ両端固定はり法,片持ちはり法の E'が低い値を示した ことは,第4章にも示した通り固定部の影響による共振周波数の低下によると 考えらえる。この共振周波数の低下については,クランプによる試験片の部分 的な圧縮⁸⁾や固定部内でのせん断ひずみによる影響 ⁹⁾が指摘されている。一方, 中央加振法の反共振状態ではモードの節の位置で支持・加振を行い,固定部の 影響は小さいと考えられるため,両端自由たわみ振動法とほぼ同一の値を示し たと考えられる。

両端自由たわみ振動法の各振動次数で得られた E'(Fig.5-4)を用いて TGH 法で E'oを求め,各振動モードの E'と比較した (Fig.5-5)。中央加振法は両端自由たわ み振動法と異なり双片持ちはり法となる振動モードだが,両方法共に回転慣性 とせん断変形の影響および固定部の影響は小さいと考えられるためE'oとほぼ同 一の値を示したと考えられる。本研究では両端固定および,片持ちはり法で固 定部の影響がなるべく少なくなるように配慮したが,Fig.5-5の結果から木材の 物性値を正確に測定するような場合に,両端固定はり法や片持ちはり法では注 意を要することが示唆された。



Fig.5-4. 各共振次数で得られた E'



Fig.5-5. TGH 法で得られた真のヤング率と各測定方法で得られた E'との関係

5.3.2. 損失正接

E'と同様に各振動モードで得られた損失正接(tan δ)を Fig.5-6に示す。両端 自由たわみ振動法の tan δ は他の振動モードと比べて有意に低かった。両端固定 はり法の tan δ が最も高く,ばらつきも大きかった。これは E'と同様に固定部が tan δ に影響を与えると考えられる。

E'の結果から固定部の影響が少ないと考えられる中央加振法の tanδ は,両端 自由たわみ振動法と比べて大きかったため,モード依存性の影響¹⁰⁾と考えられ る。また,第4章と比べて複数の樹種を対象にしたところこの傾向が確認でき た。また,本研究では針葉樹材および広葉樹材の樹種を用い,さらに密度が 0.29 から 0.95 g/cm³と広い範囲の試験片からこの傾向が示されたため,木材にはモ ード依存性があり,両端自由たわみ振動法と片持ちはり法とで得られる tanδ が 異なると考えられる。





**: P < 0.01 で有意差があることを表す

プロットは外れ値を表す

5.3.3. モード依存性の樹種間での検討

樹種間でのモード依存性について検討する。中央加振法と両端自由たわみ振 動法との測定値の差を $\Delta E'$, $\Delta tan\delta$ として樹種ごとに Fig.5-7 に示す。樹種名は 学名をもとに省略した。また,各樹種の密度の平均値をもとに小さいものから 順に横軸に示した。E'および $tan\delta$ とも樹種ごとにその差は異なった。 $\Delta E'$, $\Delta tan\delta$ を樹種間で一元配置の分散分析と Bonferroni 法による多重比較を行なった結 果,ウォルナットとミズナラとの間に $\Delta E'$ および $\Delta tan\delta$ が,ドイツトウヒとウォ ルナットとの間に $\Delta tan\delta$ がそれぞれ P<0.01 で有意差が認められた。



Fig.5-7. 樹種間における中央加振法と両端自由たわみ振動法との測定値の差

密度順に, T.p.: レッドシダー, P.e.: エンゲルマンスプルース, P.a.: ドイツトウヒ, P.s.: シトカスプルース,, F.c.: ブナ, J.n.: ウォルナット, Q.c.: ミズナラ **: P <0.01 で有意差があることを表す ΔE', Δtanδ と密度および TGH 法で求めたせん断弾性係数(G) との関係を Fig.5-8 に示す。これらの間には相関関係は認められず,また,外れ値を除外して も同様であった。ずり変形によって制振性能を発揮する 3 層型制振材料では Δtanδ が大きいことが指摘されている。しかし,本研究ではどのような因子が樹 種間の差に影響を与えているか特定できなかった。



Fig.5-8. 中央加振法と両端自由たわみ振動法の測定値の差と 密度およびせん断弾性係数との関係

5.4. 結論

異なる振動モードで E'および tan δ を測定し検討を行なった結果,以下のことがわかった。

1) 中央加振法と両端自由たわみ振動法の E'が最も高く材料の真の値に最も近かった。また、両端固定はり法と片持ちはり法では固定部の圧締圧力やずり変形,試験片の変形の影響により E'が小さかった。

2) E'の結果から固定部の影響が小さいと考えられる中央加振法の tanδ は両端 自由たわみ振動法より大きく,両端自由たわみ振動法の tanδ が最も小さかった。
3)この中央加振法と両端自由たわみ振動法とで得られた tanδ の差は樹種間で 異なる可能性が示された。

5.5. 文献

 1) 久保島吉貴,外崎真理雄,吉原浩:木材の曲げ振動特性におよぼす先端付加 質量の影響.木材工業 58(8),p.370-372(2003)

2) Y. Kubojima, M. Tonosaki, H. Yoshihara: Effect of Additional Mass on the
Young's Modulus of a Wooden Beam. *Journal of Testing and Evaluation*, 33(4), 278-281(2005)

3) 久保島吉貴: 木材のたわみ振動試験に関するヒント-試験体の不均質性の 影響-.木材工業, **68**(6), 276-279(2013)

4) S.P. Timoshenko : LXVI. On the correction for shear of the differential equation for transverse vibrations of prismatic bars. *Philosophical Magazine* Series 6, **41**, 744-746 (1921)

5) E. Goens : Über die Bestimmung des Elastzitätsmodulus von Stäben mit Hilfe von Biegungsschwingungen. Annalen der Physik, **403**(6),649-678 (1931)

6) R.F.S.Hearmon : The influence of shear and rotatory inertia on the free flexural vibration of wooden beams. *British Journal of Applied Physics*, **9**,381-388 (1958)

7) Y. Kubojima, H. Ohsaki, H.Kato, M. Tonosaki: Fixed-fixed flexural vibration testing method of beams for timber guardrails. *Journal of wood Science*, **52**(3), 202-207(2006).

8) 制振工学研究会編:制振特性測定法の比較検討―制振鋼板について、制振工学研究会/計測評価技術分科会ラウンドロビンテスト WG(1993).

9) 西脇剛史:一方向 CFRP 積層板の損失係数に及ぼす境界条件の影響.第2 回ダンピングシンポジウム講演論文集,2002,pp.235-238.

10) 制振工学ハンドブック編集委員会編, "制振工学ハンドブック"コロナ 社, 東京, 2008, pp.425-476.

第6章 総括

木材の振動的性質を測定することは楽器などを作製する際の材料の特性,建 物の遮音性能や防音性能など生活に関する指標,地震や振動に対する制振性能 などを把握するために重要である。このうち,楽器用材の評価では木材の加振 に対する応答の速さの指標である比動的ヤング率(E'/y),音が長く持続するか の指標である損失正接(tand)を測定し,木材を評価している。一般的に比動的 ヤング率が大きく,損失正接が小さい材料のほうが,楽器用材として適してい る。これらの測定では,木材をひも等で吊り下げて振動を与える「両端自由た わみ振動法」と呼ばれる測定方法が主に用いられている。また,試験片の一端 を固定して測定を行なう「片持ちはり法」も用いられるが,固定の状態が測定 値に与える影響もあり適用例は両端自由たわみ振動法よりも少ない。

一方、制振材料で用いられる「中央加振法」は試験片をその中央で加振器と 接続して加振・測定を行なう方法である。この方法は木材を測定した例が少な いため、木材の振動的性質の測定においてどのような特徴があるか明らかでは ない。また、中央加振法の利点の一つに固定条件が測定値に与える影響が少な い状態で片持ちはりの振動モードで測定が行なえることがある。

そこで本研究は、中央加振法の木材への適用とその特徴についての知見を得 ることを目的とした。また、様々な振動試験で木材の振動的性質を測定し、そ の測定値を比較することにより、主に振動モードの観点から測定方法について 検討した。

第1章では既往の研究を、木材の振動的性質とその測定方法、制振材料における測定方法について整理した。第2章ではたわみ振動試験の理論について整理し、本研究で行なった振動的性質の解析方法について述べた。 第3章では 簡略化した中央加振法の装置を試作し、この装置による測定の妥当性について 検討した。まず、試作装置の概要について JIS に規定されている装置のどの部 分を簡略したかを述べた。次に,試作装置によって測定した周波数応答曲線を 有限要素法のそれと比較した。また,振動モードについても確認した。その結 果,試作装置の振動モードが中央加振法反共振の振動モードで振動しているこ とを確認した。

また,試験片寸法についても検討した。試験片の全長を切り詰めながら測定 した。その結果から,試験片の不均一性および回転慣性とせん断力の影響を考 慮して,本研究で用いる試験片寸法を決定した。

第4章では、試作した装置を JIS 準拠の測定装置と比較し、測定値が適正で あることを確認した。また、併せて片持ちはり法および両端自由たわみ振動法 による測定値を比較した。その結果、中央加振法の動的ヤング率(E')は最も 正確な値を取りうると考えられる両端自由たわみ振動法(打撃音法)とほぼ同 一の値であったため、正確な E'が得られたと判断した。その一方、中央加振法 で得られた tanδ は両端自由たわみ振動法のそれと比較して高い値であり、モー ド依存性によるものと考えられた。

第5章では、モード依存性の影響を検討するため、複数樹種で両端固定はり 法、片持ちはり法、両端自由たわみ振動法、中央加振法で振動的性質の測定を 行なった。その結果、中央加振法と両端自由たわみ振動法間での E'と tanδ の 測定値の傾向は、全ての樹種で第4章と同様であった。しかし、モード依存性 の傾向は樹種間で異なった。このため樹種ごとのモード依存性を密度およびせ ん断弾性係数と比較したが、いずれとも相関関係は認められなかった。

本研究で用いた中央加振法は,質量を付加することなく強制振動による正確 な周波数応答の測定が行なえ,その支持条件も共振次数によって変更する必要 がない。このような特徴は,現在木材で一般的に用いられている両端自由たわ み振動法にはない利点である。また,本研究で用いた中央加振法は,接着によ る試験片の支持を行なうため,片持ちはり法のようなクランプなどの試験片の 固定条件の影響が少ない。したがって、中央加振法反共振状態は理想的な片持 ちはりの条件で測定が行なえる。そのため本研究の結果から、中央加振法の *E* 'は両端自由たわみ振動法の打撃音法によって得られた *E* 'と同程度の値を示し た。しかし,理想的な条件であっても片持ちはりの振動モードから得られる tanδ は両端自由はりのそれと比べて高く、木材の tanδ にはモード依存性があること がわかった。

概要

木材の振動的性質の測定は,楽器用材の良否の判断や構造用木材の非破壊的 な強度推定や物性の研究などの観点から重要である。その測定方法には「両端 自由たわみ振動法」が主に用いられている。一方,制振材料では「中央加振 法」が主に用いられている。この方法が木材を対象に用いられた例は少ない。 そこで,中央加振法を木材に適用した場合の特徴や利点に関する知見を得るこ とを本研究の目的とした。その際,試験片の固定条件や振動モードに着目して 検討した。また,中央加振法の装置は高価なものが多いため,簡略化した装置 を試作し性能について併せて検討した。

その結果,試作装置は有限要素法やJIS 準拠の測定装置と比較して妥当な値 を示し,装置の簡略化が可能であった。また,中央加振法の測定値を比較する と,動的ヤング率は最も正確な値をとると考えられる両端自由たわみ振動法と 同程度の値であった。しかし,損失正接は両端自由たわみ振動法のそれより高 くモード依存性の影響が考えられた。複数樹種でモード依存性を検討したとこ ろ多くの樹種でこの傾向が確認され,木材の損失正接が測定する振動モードの 影響を受けることが明らかになった。

謝辞

本研究の端緒を与えられ,研究内外で様々なご教示と激励を賜りました東京 農業大学 小林純名誉教授に感謝申し上げます。本稿について終始ご指導を頂 き,研究遂行に多大なるご支援を頂きました東京農業大学 大林宏也教授に深 く感謝の意を表します。本研究につきまして数多くのご教示とご指導を頂きま した東京農業大学 桃井尊央助教に感謝申し上げます。本稿の審査において東 京農業大学 森林総合科学科 今冨裕樹教授,江口文陽教授,生産環境工学科 田 島淳教授には様々なご指導,ご助言を頂き深く感謝申し上げます。また,東京 農業大学 森林総合科学科の先生方には様々なご教示を頂きました。感謝申し 上げます。

本研究遂行にあたって,様々な技術的指導や,研究の方向性に多くのご助言 を賜り,本稿の審査においても様々なご指導を頂きました国立研究開発法人 森 林研究・整備機構 森林総合研究所 木材研究部門 木材加工・特性領域 物性研 究室 久保島吉貴 主任研究員に深く感謝の意を申し上げます

本研究につきまして様々な叱咤激励を頂きました木材工学研究室OB 木村礼 夫氏に感謝申し上げます。また,研究を行なった平成24~30年度に在籍された 木材工学研究室室員および多くの先輩方にお礼申し上げます。

本研究は平成 27~29 年度の東京農業大学大学院博士後期課程研究支援制度 の助成を受けて行いました。ここに記して感謝いたします。また、本研究では 本来ならピアノ・ギター響板となるはずであった良質な楽器用木材を多く使用 しました。貴重な試料の提供を頂きました楽器・木材関連企業の皆様にはお礼 申し上げます。

122

Summery

It is essential to measure the vibrational properties of wood for many reasons, for example, to assess its fitness as a material for musical instruments, for nondestructive measurement of structural lumber strength, and for research to determine its physical properties. Free-free flexural vibration is the most commonly used measurement method for wood; however, the central excitation method is the most commonly used for damping materials. There are few examples of the use of this method for wood. The objective of this study was to gain some knowledge about the characteristics and advantages of the central excitation method for wood. This investigation focused on the fixed conditions of the test pieces and the vibration modes. Many of the apparatuses for central excitation are quite complicated; we constructed a simplified apparatus and included an analysis of its performance.

The results were as follows: The simplified apparatus was assessed as valid using both a finite element analysis and by comparison with a JIS certificated apparatus; this confirmed that such an apparatus can be simplified. Comparison of the properties measured by the central excitation method indicated good agreement for the value of the dynamic Young's modulus with that given by the free-free flexural vibration method, which is believed to provide the most accurate results. However, the loss tangent indicated by central excitation was higher than that indicated by free-free flexural vibration; this suggested some influence from modal dependence. Subsequent examination of several wood types for modal dependence did indicate a tendency towards this for many wood species. Thus, it has been revealed that vibration modes influence the loss tangent.

本論文で用いられた記号・用語

用語

- 振動モード: 共振時の振動の形態, 境界条件と共振次数によって定まる
- 境界条件:ある物体とその周囲との境界の状態を想定した条件。数学的に
 - は、微分程式の解を求めるとき独立変数の値で、その関数・導関 数の値が決定されるような条件。
- 共振次数:最低次の共振周波数を1次モードと呼び、共振周波数が低い順から2次、3次…と無限にある。最低次の共振次数を基本次数、基本 モードとも呼ぶ。

記号

- n: 共振次数
- *E*':動的ヤング率
- *E*an: 見かけのヤング率
- tanδ:損失正接
- ρ :密度
- y:比重
- *E*'_o, *G*': TGH 法で分離された真の物性値
- fn:n次の共振あるいは反共振周波数
- $Q^{-1}:$ 内部摩擦
- η:損失係数
- ⊿:対数減衰率
- Q:Q値,曲線の先鋭度
- 1:はりの長さ(全長)
- *l*_n:はりの実効長,モードの節間距離
- b:はりの幅

- h:はりの高さ
- *l/h*:細長比
- *∧*:波長
- A:面積
- I: 断面二次モーメント
- *i*:断面二次半径(なお,*i*²=*I*/A,矩形断面のとき *I*²=*h*²/12)
- s: せん断分布定数
- G₀: 収束計算開始時の初期のせん断弾性係数
- mn:各共振次数における TGH 法の係数
- Fmn, cn: 共振次数に依存する TGH 法の係数

付録

付録-1. 信号処理

本研究では,信号処理に R (Ver.3.24) および Matlab (Ver.2016a) を用いて解 析を行なった。

付録-1.1.R

付録-1.1.1. 対数減衰率の計算

振幅の-サイドは全てカット(0で上書き)して+サイドのみ計算した。

install.packages("quantmod ", dependencies = TRUE)

```
damp <-read.table("ファイルパス.csv",
header=TRUE,sep=",",na.strings="NA",dec=".",strip.white=TRUE)
library(quantmod)
ymax = findPeaks(damp$amplitude, thresh=0)
ymaxTRUE = ymax-1
Peaks <- cbind(damp$time[ymaxTRUE],damp$amplitude[ymaxTRUE])
amPeaks = as.matrix(damp$amplitude[ymaxTRUE])
n=length(amPeaks)
tanD <- list()
for (i in 1:n-10)
{
tanD[i]<- list(log(amPeaks[i] / amPeaks[i+10])/(10*pi))
}
ans <- mean(unlist(tanD))
plot(damp,type="1",ann=F)
```

lines(Peaks, col="red", type="p")

```
mtext(ans, side = 3, line = 0, at = NA)
```

付録-1.1.2. 損失正接の計算

コード中では-6 dB で計算, n dB および補正係数は手入力。Fig.付録-1 のように計算した。

```
RC <- as.matrix(read.table("ファイルパス.txt", header=FALSE, sep = ",", skip
=16, nrows = 1601))
  f0 <- RC[,1][which.max(RC[,2])]</pre>
  ndB <- RC[,2][which.max(RC[,2])]-6</pre>
  Lslope <- subset(RC, f0-(f0/3)<RC[,1] & RC[,1]<=f0 )
  Rslope <- subset(RC, f0<=RC[,1] & RC[,1]<f0+(f0/3) )</pre>
  L1 <- subset(Lslope, f0-(f0/3)<Lslope[,1] & Lslope[,2]<=ndB )
  L2 <- subset(Lslope, ndB<=Lslope[,2] & Lslope[,1]<=f0 )</pre>
  R1 <- subset(Rslope, f0<=Rslope[,1] & Rslope[,2]>=ndB )
  R2 <- subset(Rslope, ndB>=Rslope[,2] & Rslope[,1]<f0+(f0/3))</pre>
  f1L <- L1[which.max(L1[,2]),]</pre>
  f1R <- L2[which.min(L2[,2]),]</pre>
 f2L <- R1[which.min(R1[,2]),]</pre>
 f2R <- R2[which.max(R2[,2]),]</pre>
  f1 <- (f1R[1]-f1L[1])/(f1R[2]-f1L[2])*(ndB-f1L[2])+f1L[1]</pre>
  f2 <- (f2R[1]-f2L[1])/(f2R[2]-f2L[2])*(ndB-f2L[2])+f2L[1]
  fw <- f2-f1
  ans <- fw/f0 * 0.579
```



Fig.付録-1. 半価幅法の解析

付録-1.2. MATLAB (Ver.2016a)

付録-1.2.1. 離散フーリエ変換

Fs = サンプリング周波数; y = (CH1); NFFT = length(y); Y = fft(y,NFFT); F = ((0:1/NFFT:1-1/NFFT)*Fs).'; magnitudeY = abs(Y); phaseY = unwrap(angle(Y)); helperFrequencyAnalysisPlot1(F,magnitudeY,phaseY,NFFT)

離散フーリエ変換

$$X(k+1) = \sum_{x=0}^{N-1} x(n+1) W_{N'}^{kn}$$
$$W_N = e^{-j2\pi/N}$$

逆離散フーリエ変換

$$x(n+1) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X(k+1) W_{N'}^{-kn}$$

付録-1.2.2. バンドパスフィルターを減衰波形の解析

処理工程:離散フーリエ変換→パワースペクトラムに基づいて 1/3oct.バンド パスフィルター→逆離散フーリエ変換

```
Fs = サンプリング 周波数;
y = (CH1);
NFFT = length(y);
Y = fft(y, NFFT);
F = ((0:1/NFFT:1-1/NFFT)*Fs).';
magnitudeY = abs(Y);
phaseY = unwrap(angle(Y));
[y,i] = max(magnitudeY);
fmax = F(i);
upperCF = F(i)+(F(i)/3);
lowerCF = F(i) - (F(i)/3);
Ybpf = Y;
Ybpf(F>=upperCF & F<=Fs-upperCF) = 0;</pre>
Ybpf(F<=lowerCF & F<=Fs-lowerCF) = 0;</pre>
ybpf = ifft(Ybpf,'symmetric');
plot(ybpf);
ymax=findpeaks(ybpf);
n=length(ymax(:,1));
for i=1:n-10
 tanD(i,:)=log(ymax(i,:)/ymax(i+10,:))/(10*pi);
end
```

```
ans = (mean(tanD))*100 %平均を取って 100 倍

[y,i] = findpeaks(ybpf);

magnitudeYdB = mag2db(magnitudeY);

mafnitudeybpf = abs(Ybpf);

YbpfdB = mag2db(mafnitudeybpf);

subplot(4,1,1); plot(DataKind,CH1)

subplot(4,1,2); plot(F(1:(NFFT/2)),magnitudeYdB(1:(NFFT/2)))

subplot(4,1,3); plot(F(1:(NFFT/2)),YbpfdB(1:(NFFT/2)))

subplot(4,1,4); plot(DataKind,ybpf,DataKind(i),y,'ro')
```

付録-1.2.3. 対数減衰率の計算

```
ymax=findpeaks(amplitude)
n=length(ymax(:,1))
for i=1:n-10
  tanD(i,:)=log(ymax(i,:)/ymax(i+10,:))/(10*pi)
end
(mean(tanD))*100%平均を取って100倍
[y,i] = findpeaks(amplitude);
plot(time,amplitude,time(i),y,'ro')
```

付録-1.2.4. 包絡線からの対数減衰率の計算

```
ymax=findpeaks(amplitude)
n=length(ymax(:,1))
for i=1:n-10
```

```
LD(i,:) = log(ymax(i,:)/ymax(i+10,:))/(10*pi)
end
tanD = (mean(LD))*100%平均を取って100倍
[y,i] = findpeaks(amplitude);
%包絡線の計算
e = (tanD/100)/2
plot(time,amplitude,time(i),y,'ro')
```

Matlab 上ではこれらを組み合わせて Fig.付録-2 のように解析した。



Fig.付録-2. 両端自由たわみ振動法(自由振動)での信号処理

x:測定した波形, X:処理後の波形, DFT:離散フーリエ変換, abs:絶対 値, arctan:逆正接関数, IFT:逆離散フーリエ変換, HT:ヒルベルト変換.